

問題 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  に対して、次の問いに答えよ.

(1)  $A$  の固有値を求めよ.

(2)  $A$  の各固有値  $\lambda$  に対して固有空間  $V_\lambda$  を求めよ. また、各固有空間の基底を1つずつ選べ.

(3) (2) で選んだ基底にグラム・シュミットの直交化法を適用し,  $V_\lambda$  の正規直交基底を求めよ.

(4) (3) で求めた正規直交基底達すべてのベクトルをならべて  $3 \times 3$  の正方行列  $P$  をつくれ. また  $P$  が直交行列であることを確かめよ ( ${}^tPP$  を計算せよ).

(5) (4) で求めた  $P$  に対し,  ${}^tPAP$  を計算せよ.