線形代数２ 課題 **(2009.5.13)** 学籍番号 氏名

$\boxed{\text{問題}}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ によって定まる線形写像 $T_A : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ について次の問いに答えよ．

(1) $\mathbf{R}^2$ の基底 $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ に関する $T_A$ の表現行列 $B$ を求めたい（つまり $(T_A(\boldsymbol{a}_1), T(\boldsymbol{a}_2)) = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)B$）．

(a) $\mathbf{R}^2$ の標準基底 $\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ に関する $T_A$ の表現行列が $A$ になることを計算して確かめよ．

(b) $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2\}$ と $\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$ の変換行列 $P$ を求めよ．ただし，$(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2) = (\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)P$．

(c) 定理 3.2（および系 3.3）を参考に $\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$ に関する $T_A$ の表現行列 $B$ を求めよ．

(2) $\mathbf{R}^2$ の基底 $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ に関する $T_A$ の表現行列 $C$ を求めよ.