

問題 ベクトル空間 $\mathbf{R}[x]_4 = \{a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \mid a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbf{R}\}$ について次の問いに答えよ.

- (1) 線形写像 $\frac{d}{dx} : \mathbf{R}[x]_4 \rightarrow \mathbf{R}[x]_4$ を $\frac{d}{dx}f(x) = f'(x)$ で定める. $\mathbf{R}[x]_4$ の基底 $\{1, x, x^2, \dots, x^4\}$ に関する $\frac{d}{dx}$ の表現行列 A_1 を求めよ.

(2) 線形写像 $\frac{d^2}{dx^2} : \mathbf{R}[x]_4 \rightarrow \mathbf{R}[x]_4$ を $\frac{d^2}{dx^2}f(x) = f''(x)$ で定める. $\mathbf{R}[x]_4$ の基底 $\{1, x, x^2, \dots, x^4\}$ に関する $\frac{d^2}{dx^2}$ の表現行列 A_2 を求めよ.

(3) $(A_1)^2 = A_2$ となることを確認せよ.