線形代数 **2**（担当：佐藤 弘康）— 補足その３ **2009** 年度前期

行列式の性質

d-1) $\det\left(\begin{array}{c|c} a & * \\ \hline 0 & \\ \vdots & A \\ 0 & \end{array}\right) = \det\left(\begin{array}{c|ccc} a & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \\ * & & A & \\ & & & \end{array}\right) = a \cdot \det(A)$

（以下では行列を列ベクトル表示している）

d-2) 列に関する線型性：

$$\begin{aligned} &\det\begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_1 & \cdots & \boldsymbol{a}_j + c\boldsymbol{b}_j & \cdots & \boldsymbol{a}_n \end{pmatrix} \\ &= \det\begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_1 & \cdots & \boldsymbol{a}_j & \cdots & \boldsymbol{a}_n \end{pmatrix} + c \cdot \det\begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_1 & \cdots & \boldsymbol{b}_j & \cdots & \boldsymbol{a}_n \end{pmatrix} \end{aligned}$$

d-3) 任意の列の入れ換えに対して，(-1) 倍される：

$$\det\begin{pmatrix} \cdots & \boldsymbol{a}_i & \cdots & \boldsymbol{a}_j & \cdots \end{pmatrix} = -\det\begin{pmatrix} \cdots & \boldsymbol{a}_j & \cdots & \boldsymbol{a}_i & \cdots \end{pmatrix}$$

d-4) 任意の列をスカラー倍して，別の列に加えても行列式は変わらない：

$$\det\begin{pmatrix} \cdots & \boldsymbol{a}_i & \cdots & \boldsymbol{a}_j & \cdots \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} \cdots & \boldsymbol{a}_i + c\boldsymbol{a}_j & \cdots & \boldsymbol{a}_j & \cdots \end{pmatrix}$$

d-5) $\det(AB) = A) \cdot \det(B)$

d-6) $\det({}^tA) = \det(A)$

注意：d-2)〜d-4) は行に関しても成り立つ.