

--	--	--	--	--	--	--

注意 (1) 解を導き出す過程をできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答、字の粗暴な解答は減点の対象とする。

(2) 問題文下の四角の中に最終的に導き出した解を記入せよ。それが無い問題については、問題文下の空白を使って分かりやすく記述せよ。

(3) 途中退席は認めない。試験終了時間まで十分見直しをすること。

点

1 次の各問に答えよ。

(1) 行列 A の固有ベクトルとはどういうベクトルか説明しなさい (定義を述べなさい)。

--

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルを次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

--

2 $A = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ に対して次の各問に答えなさい.

(1) A の固有値を求めなさい.

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列になるような正則行列 P を求めなさい.

(3) (2) の結果を用いて以下の連立微分方程式の解を求めなさい. ただし, 初期値は $f(0) = 1, g(0) = -1$ とする.

$$\begin{cases} f'(x) = 7f(x) - 6g(x) \\ g'(x) = 3f(x) - 2g(x) \end{cases}$$

--	--	--	--	--	--	--

3 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ について, 次の各問に答えなさい.

- (1) A の固有値を求めなさい.
- (2) 各固有値に関する固有空間を求めなさい.
- (3) 各固有空間の正規直交基底を求めなさい.
- (4) tPAP が対角行列になるような直交行列 P を求めなさい.

4 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4 & k & 5 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ の固有値のひとつが 3 となるような k の条件を求めなさい.

5 線形代数 2 の講義で学習した中で特に興味を持ったり印象に残ったこと (概念, 定理, 方法など) を 1 つ挙げ, それを選んだ理由を具体的に書きなさい (数学の話とかけ離れたもの, または内容の乏しいものは減点する).