

□ 広義積分

問題 8.7. 次の積分を求めよ.

$$(1) \iint_{\mathbf{R}^2} \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dx dy$$

$$(2) \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$(3) \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x \leq 1\}$$

(4)

問題 8.8. 次の積分

$$\iint_D e^{-(x^2 + y^2)} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$$

を計算することにより, $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ を求めよ.

□ 体積の計算

問題 8.9. 次の立体の体積を求めよ.

$$(1) \text{ 楕円体 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$$

$$(2) \text{ 2つの円柱面 } x^2 + y^2 = a^2, x^2 + z^2 = a^2 \text{ で囲まれた立体.}$$

$$(3) \text{ 円柱面 } x^2 + y^2 = a^2 \text{ と 2平面 } x + z = a, z = 0 \text{ で囲まれた立体.}$$

$$(4) \text{ 放物面 } x^2 + y^2 = 4z, \text{ 柱面 } x^2 + y^2 = ax \text{ および平面 } z = 0 \text{ で囲まれた立体.}$$