

□ 積分順序の交換

$$\bullet \int_a^b \left(\int_{\phi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) dy \right) dx = \int_{\alpha}^{\beta} \left(\int_{\Phi(y)}^{\Psi(y)} f(x, y) dx \right) dy$$

- 積分領域の表現

$$\{(x, y) \mid \phi(x) \leq y \leq \psi(x), a \leq x \leq b\}$$

を

$$\{(x, y) \mid \Phi(y) \leq x \leq \Psi(y), \alpha \leq y \leq \beta\}$$

に書き換える.

- 2つの領域に分解しなければ上のような表現の書き換えができない場合もある.

問題 8.3. 次の積分について, 積分領域を図示し, 積分の順序を交換せよ.

$$(1) \int_0^1 \left(\int_{2x}^{3x} f(x, y) dy \right) dx$$

$$(2) \int_0^2 \left(\int_{-\sqrt{y}}^y f(x, y) dx \right) dy$$

$$(3) \int_0^1 \left(\int_{\sqrt{2+x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy \right) dx$$

$$(4) \int_0^2 \left(\int_0^{2y-y^2} f(x, y) dx \right) dy$$

問題 8.4. $\int_0^1 \left(\int_y^1 e^{-x^2} dx \right) dy$ を計算せよ.