

## 0 復習 (1 変数関数の微積分)

問題 0.1. 関数  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  の逆関数  $f^{-1}(x)$  が

$$f^{-1}(x) = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

となることを示せ. また,  $f^{-1}(x)$  の導関数を計算せよ.

問題 0.2.  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $f(x)$  の  $k$  階導関数  $f^{(k)}(x)$  を求めよ.
- (2)  $f(x)$  を  $x=0$  のまわりでテイラー展開せよ (剰余項の評価は考えなくてよい).
- (3)  $(\log(1-x))' = -\frac{1}{1-x}$  を利用して,  $\log(1-x)$  を  $x=0$  のまわりでテイラー展開せよ.

問題 0.3. 次の極限を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

問題 0.4. 次の有理関数の不定積分を求めよ.

$$\frac{x+1}{(x-2)(x-1)}$$

問題 0.5. 次の定積分を計算せよ.

- (1)  $\int_0^1 x\sqrt{2x+1} dx$
- (2)  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$
- (3)  $\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$