

--	--	--	--	--	--	--

---

注意事項

- (1) 試験時間は 75 分 とする。解答が終わった者は途中退席してよい。
- (2) これまで提出したレポート（に自筆で加筆したもの）と輪講で使用した自筆のノート（およびルーズリーフ等）のみ参照してよい。

/30 点

1 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  を

$$a_n = \sin\left(\frac{n^2 + 1}{n}\pi\right), \quad b_n = \log_e\left(\frac{1}{n}\right), \quad c_n = n^2 - 5n + 5$$

と定義する。このとき以下の間に答えなさい。

- (1) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{c_n\}$  が有界かどうか判定しなさい。
- (2) 数列  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  が単調増加か、単調減少か、またはそのどちらでもないか判定しなさい。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  が収束するか否か考察しなさい。収束する場合は、極限值を答えなさい。
- (4) 集合  $X$  を  $X = \{c_n \mid n \in \mathbb{N}\}$  と定義する。  $X$  の最大値、最小値が存在するか判定しなさい。存在する場合はその値を答えなさい。

2 以下の3つ項目からひとつを選び、問に答えなさい。

- (a) 「ニュートンの流率法」を用いて  $y = x^3$  上の  $x = a$  における接線の傾きの求め方を説明しなさい。
- (b) ペアノの公理における「自然数の和」の定義について説明し、それによって「 $3 + 2$ 」を計算をしなさい。なお、式変形の際、どのような事実や性質を使ったのか詳しく記述すること。
- (c) 実数の公理に従って、「 $(-a) \times (-b) = a \times b$ 」となることを説明しなさい。なお、説明に必要な定義や事実(公理)があれば、適宜述べること。

3 この授業の中で取り上げたこと（および、この授業の内容に触発されて読んだ本）の中で最も興味深かったこと（概念、定理、事実など）や、さらに深く学んでみたいと思ったことを一つ挙げ、どういうところに興味を持ったかなど、それを挙げた理由を具体的に述べなさい。

4 「数学とはどのような学問であるか」ということを、この授業の最初に問いました。半期の授業を経て、自身の「数学観」は変わりましたか？ 変わった場合、どのように変わったかを述べなさい。

5 初回のガイダンスで、本授業の「目的」と「授業の進め方」について以下のように説明しました。

授業目的（抜粋）

- 高等学校の数学教員になろうとするとき、高等学校までに学習する数学に対する理解があることは当然必要であるが、それだけでは不十分である。数学教員自身が、数学の歴史や現代数学に対する素養を高めねばならない。また、どんなに自分がよく分かっている事柄でも、それを他人に教える事は非常に難しいものである。これは教育実習等で現場に立てばよく分かる事である。
- 本講義の前半では、まず数学がどのように発展・進化（深化）してきたのか、その歴史を概観する。そして、現代数学のベースとなっている集合論と、微分積分の基礎である実数の定義について学ぶ。ここでは実数の連続性の公理に基づくより現代的な極限の取り扱いを学び、微分積分学をより高い立場から厳密に深く理解することを目標とする。その中で輪講形式による講義も行う。
- 本講義を通して、何よりもまず数学教員になろうとする学生自身が「与えられて学ぶ」のではなく「自発的に学ぶ」ように変化する事を期待している。

授業の進め方について（抜粋）

- 春semesterは毎回レポート課題を出します。提出してもらったレポートは採点して返却します。
- 春semesterの最終回に試験を実施しますが、それまで提出したレポートを参照可とします。
- 授業に出席しないとレポートは書けません。レポートを提出しないと、試験のとき参照する資料がないことになります。したがって、必ず授業には出席してください。
- 輪講や模擬授業においては、発表することはもちろん、他人の発表を聴くことにも大きな価値があります。したがって、輪講・模擬授業のときも必ず出席してください。
- この授業では毎回出欠をとります。欠席することは成績に大きく影響すると思ってください。

以上のことをふまえ、前期の本授業に対する自身の取り組みを100点満点で自己採点しなさい。また、その点数にした理由をできるだけ詳細に（下の余白に収まる範囲で）述べなさい。