

--	--	--	--	--	--	--

---

**課題 7-1** ペアノの公理では無定義語「1」「数」「その後者」を用いて自然数の集合  $\mathbb{N}$  が定義されます。  $n \in \mathbb{N}$  に対し、  $n$  の後者  $n'$  を対応させる写像を  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  とする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1)  $f$  の像に含まれない元がただ 1 つだけあります。それは何か答えなさい (根拠も示すこと)。
- (2)  $f$  は単射か否か答えなさい (根拠もしめすこと)。
- (3) ペアノの公理から  $\mathbb{N}$  の元は無数個あることが示されます。仮に有限個しか元が存在しないとしたら、どのような矛盾がおこるか考えなさい。

**課題 7-2** (教科書の演習問題 3 を参照) 自然数の和と積について以下の問に答えなさい.

- (1) ペアノの公理による自然数の和と積の定義を述べなさい.
- (2) (1) の定義に従って,  $2+3$  および  $2 \times 3$  を計算しなさい. その際, すべての式変形 (等号) に対し, どのような事実 (定義) を使っているのか記述すること. ただし,  $1' = 2, 2' = 3, 3' = 4, 4' = 5, 5' = 6$  とする.

**課題 7-3** 本日の授業の感想を書きなさい (興味深かったこと, もっと知りたいと思ったことなど).