

課題 7-1

- (1) 「1 を後者とする数は存在しない」は「1 が f の像に含まれない」ことを述べている。
 (2) f は単射である (定理 1 より)。
 (3) \mathbb{N} の元が有限個であるとし、 $\mathbb{N} = \{1, 2 = 1', 3 = 2', \dots, n = (n-1)'\}$ とする。このとき、 n の後者 n' の値として考えられるのは
 (a) $n' = n$ となる。
 (b) n' が $1, 2, \dots, n-1$ のいずれかに等しい。
 の2つの場合が考えられる。しかし、(a) は定理 2 に反し、(b) は定理 1 に反する (ともに教科書 p.24 を参照)。したがって、 \mathbb{N} の元の数は無有限個ある。

課題 7-2

(教科書の演習問題 3 を参照) 自然数の和と積について以下の間に答えなさい。

(1) 和の定義

(S1) $n + 1 = n'$

(S2) $n + m' = (n + m)'$

積の定義

(M1) $n \times 1 = n$

(M2) $n \times m' = n \times m + n$

(2) $1' = 2, 2' = 3, 3' = 4, 4' = 5, 5' = 6$ とする。

	$2 \times 3 = 2 \times 2'$	$(3 = 2')$
	$= 2 \times 2 + 2$	(M2)
	$= 2 \times 1' + 2$	(2 = 1')
	$= 2 \times 1 + 2 + 2$	(M2)
	$= 2 + 2 + 2$	(M1)
	$= 2 + 1' + 2$	(2 = 1')
	$= (2 + 1)' + 2$	(S2)
	$= (2')' + 2$	(S1)
	$= 3' + 2$	(2' = 3)
	$= 4 + 2$	(3' = 4)
	$= 4 + 1'$	(2 = 1')
	$= (4 + 1)'$	(S2)
	$= (4')'$	(S1)
	$= 5'$	(4' = 5)
	$= 6$	(5' = 6)