

課題 4-1

$y > 0$ の範囲の円 (円の上半分) は $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ と表される. このとき,

$$y' = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}, \quad y'' = -\frac{r^2}{\sqrt{r^2 - x^2}(r^2 - x^2)}$$

であるから, これを曲率半径の式に代入すればよい (円の下半分は $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$ として同様に計算).

また, 陰関数のままで微分して計算することもできる. $x^2 + y^2 = r^2$ の両辺を x で微分すると $2x + 2yy' = 0$. したがって, $y' = -\frac{x}{y}$. また, $2x + 2yy' = 0$ の両辺を x で微分すると, $2 + 2(y')^2 + 2yy'' = 0$ であるから, $y'' = -\frac{r^2}{y^3}$.

これらを使って曲率半径を計算すると

$$\frac{\{1 + (f')^2\}^{3/2}}{|f''|} = \left\{1 + \left(-\frac{x}{y}\right)^2\right\}^{3/2} \left|\frac{y^3}{r^2}\right| = (y^2 + x^2)^{3/2} \frac{1}{|y|^3} \frac{|y^3|}{r^2} = (r^2)^{3/2} \frac{1}{r^2} = r$$

となる.

課題 4-3

(1) $\{p \mid p = 2^z, z \in \mathbb{Z}, 0.1 < p < 100\} = \{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ より,

$$\{z \mid z \in \mathbb{Z}, 0.1 < 2^z < 100\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

(2) $\{y \mid y \in \mathbb{Q}, y^2 = 2\} = \emptyset$ ($\pm\sqrt{2}$ は有理数ではない)

課題 4-4

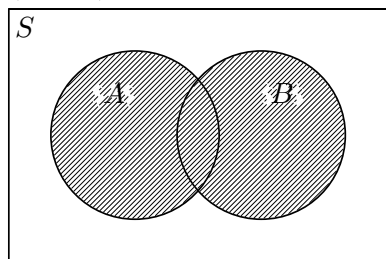
集合 A が集合 B の部分集合とは「任意の $a \in A$ が $a \in B$ を満たすとき」をいう.

課題 4-5

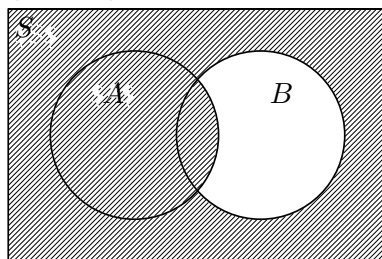
- $A \cup B = \{s \mid s \in A \text{ または } s \in B\}$
- $A \cap B = \{s \mid s \in A \text{ かつ } s \in B\}$
- $A - B = \{s \mid s \in A \text{ かつ } s \notin B\}$

課題 4-6

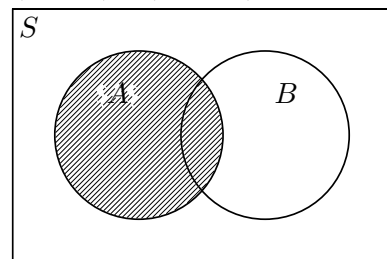
(1) $(A \cup B)$



$(A \cup B^c)$



$(A \cup B) \cap (A \cup B^c)$



(2) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$