線形代数 第５回小テスト 解答

1

(1) $A+B=\underline{\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}}$ (2) $A-B=\underline{\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}}$ (3) $AB=\underline{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}}$

(4) $\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -b & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\underline{\begin{pmatrix} 1 & a-b & ab \\ 0 & 1 & a+b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$

(5) (1)〜(4) の結果を利用して計算する．問題の行列を 2 次正方行列を成分とする行列と見る．

$$\left(\begin{array}{cc|cc|cc} 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\left(\begin{array}{cc|cc|cc} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$=\begin{pmatrix} E & A & O \\ O & E & A \\ O & O & E \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E & -B & O \\ O & E & B \\ O & O & E \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} E & A-B & AB \\ O & E & A+B \\ O & O & E \end{pmatrix}=\underline{\left(\begin{array}{cc|cc|cc} 1 & 0 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -6 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)}$$

2 恒等置換 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 以外の 3 次の置換は以下の 5 つ．

$$\underline{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}}$$

3 2 次正方行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が正則であるための必要十分条件は $\Delta=ad-bc\neq 0$ である．

(1) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}^{-1}=\underline{\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}}$

(2) $\Delta=1-1=0$ より，<u>正則ではない</u>．

(3) A が正則行列ではないので，$\Delta=2k+1=0$ である．したがって，$\underline{k=-\frac{1}{2}}$．

(4) (3) の否定なので，求める k の条件は $\underline{k\neq-\frac{1}{2}}$ である．

4

(1) $\varphi\psi=\underline{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}}$ (2) $\psi\varphi=\underline{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}}$ (3) $\varphi\varphi=\underline{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}}$

2013.5.24 担当：佐藤