

1

- (1) $\begin{pmatrix} \underline{1} & -1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \underline{-1} & 7 & 3 \end{pmatrix}$
 (3) $\begin{pmatrix} \underline{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{3} \end{pmatrix}$
 (5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ は主成分をもたない.

2 すべて簡約階段行列ではない.

- (1) 「零ベクトルである行ベクトルは零ベクトルでない行ベクトルより下にある」を満たさない

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第3行と第4行を入れ替える}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (2) 「零ベクトルでない行ベクトルの主成分は1である」を満たさない

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & \underline{2} & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第2行に } \frac{1}{2} \text{ をかける}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (3) 「各行ベクトルの主成分は下の行ほど右にある」を満たさない

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & \underline{1} & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第2行と第3行を入れ替える}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (4) 「主成分を含む列ベクトルの主成分以外の成分は0である」を満たさない

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \underline{-2} & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第3行を2倍して第1行に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$