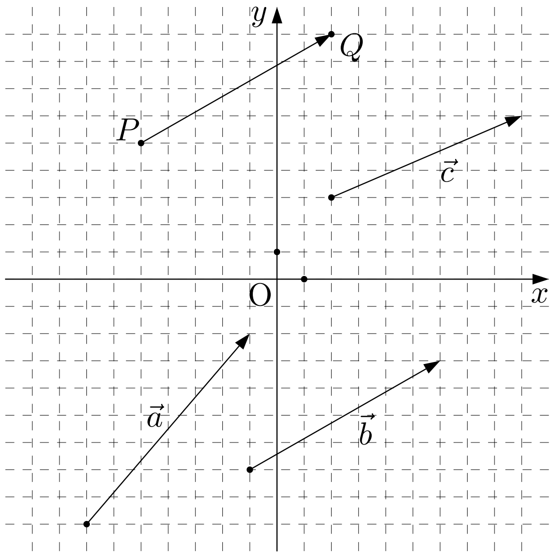
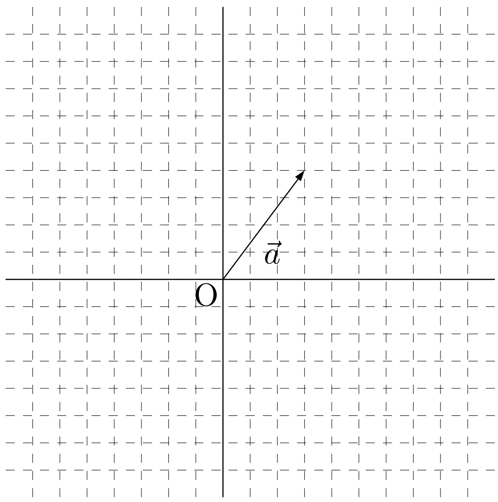
問題 1.1. 以下の図の中で，ベクトル $\overrightarrow{PQ}$ と同じベクトルを $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ の中から選びなさい．

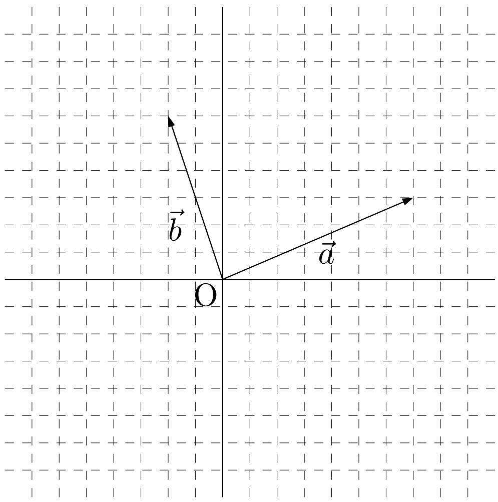


問題 1.2. 次のベクトルを各図中に図示しなさい．ただし，始点を原点とすること．

(1) ベクトル $2\vec{a}$ および $-\dfrac{1}{2}\vec{a}$.

(2) ベクトル $\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$.





問題 1.3. 問題 1.1 のベクトル $\overrightarrow{PQ}$ を成分表示しなさい．ただし，1 目盛りを座標の 1 とする．

問題 1.4. 平面ベクトル $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,-2)$ に対し，次のベクトル $\vec{u}$ を成分表示しなさい．また，$\vec{u}$ の長さ $|\vec{u}|$ を求めなさい．

(1) $\vec{u}=-\vec{a}+\vec{b}$ (2) $\vec{u}=\vec{b}+3\vec{a}$ (3) $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$

問題 1.5. 次のベクトル $\vec{a}$ に対し，$c\,\vec{a}$ が単位ベクトルになるような実数 c をすべて求めなさい．

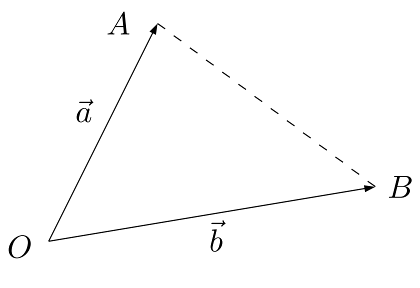
(1) $\vec{a}=(1,-1)$
(2) $\vec{a}=\left(\dfrac{1}{2},-2\right)$
(3) $\vec{a}=\left(\sqrt{3},-3\right)$

問題 1.6. 次のベクトル $\vec{u},\vec{v}$ の (i) 長さ $|\vec{u}|,|\vec{v}|$，(ii) 内積 $\vec{u}\cdot\vec{v}$ および (iii) $\vec{u}$ と $\vec{v}$ のなす角 θ の余弦 $(\cos\theta)$ の値を求めなさい．

(1) $\vec{u}=\left(1,\sqrt{3}\right)$, $\vec{v}=\left(-2,2\sqrt{3}\right)$
(2) $\vec{a}=(5,3)$, $\vec{b}=(2,0)$ に対し，$\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$, $\vec{v}=-\vec{a}+7\vec{b}$
(3) $\vec{u}=(2,4,-1)$, $\vec{v}=(3,-2,4)$
(4) $\vec{u}=(-2,3,-2)$, $\vec{v}=(4,-2,-7)$
(5) $\vec{a}=(2,0,1)$, $\vec{b}=(1,-1,3)$ に対し，$\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{v}=-2\vec{a}-\vec{b}$

問題 1.7. 空間ベクトル $\vec{a}=(1,c,-1)$ と $\vec{b}=(3,-2,c)$ が直交しているとする．このとき，実数 c の値を求めなさい．

問題 1.8. ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ を 2 辺とする三角形の面積が $\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2\,|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$ に等しいことを示しなさい．[*1]



[*1] ヒント：△OAB の面積は $\frac{1}{2}|\mathrm{OA}||\mathrm{OB}|\sin\theta$ と書ける（ただし $\theta=\angle\mathrm{AOB}$）．この式と内積の定義 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta$，三角関数の性質 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を使って示しなさい．