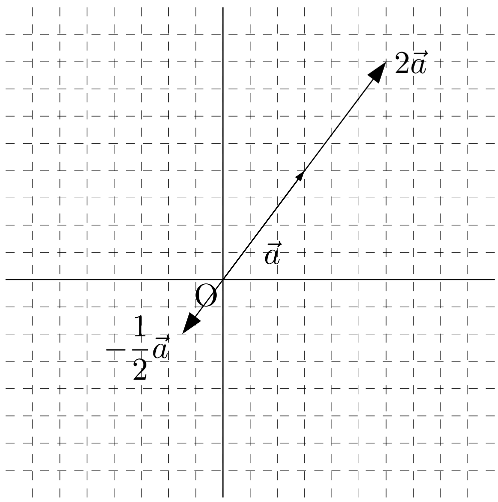
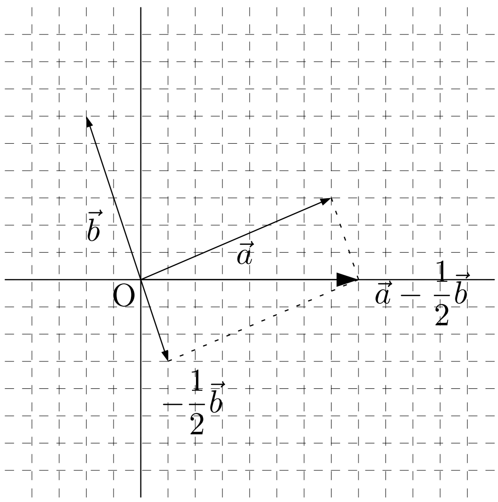
問題 1.1. $\vec{b}$

問題 1.2.

(1)



(2)



問題 1.3. 始点の P が原点にくるようにベクトル $\overrightarrow{PQ}$ を平行移動する．このときの終点の座標が $\overrightarrow{PQ}$ の成分である．したがって，$\underline{(7,4)}$.

（別解）$P(-5,5)$, $Q(2,9)$ より，$\overrightarrow{OP}=(-5,5)$, $\overrightarrow{OQ}=(2,9)$ である．したがって，$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OQ}=-\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=-(-5,5)+(2,9)=\underline{(7,4)}$

問題 1.4.

(1) $\vec{u}=(-1,-3)$, $|\vec{u}|=\sqrt{10}$
(2) $\vec{u}=(7,1)$, $|\vec{u}|=\sqrt{50}$
(3) $\vec{u}=(3,4)$, $|\vec{u}|=5$

問題 1.5. ベクトル $\vec{a}$ と実数 c に対し，$|c\,\vec{a}|=|c|\cdot|\vec{a}|$ が成り立つ．例えば，平面ベクトル $\vec{a}=(a_1,a_2)$ に対しては，以下のように確かめられる；

$$|c\,\vec{a}|=|(ca_1,ca_2)|=\sqrt{c^2a_1^2+c^2a_2^2}=|c|\sqrt{a_1^2+a_2^2}=|c|\cdot|\vec{a}|.$$

ここで，$|c|$ は実数の絶対値を表し，$|\vec{a}|$ はベクトルの長さを表すことに注意せよ．したがって，$|c\vec{a}|=1$ となるためには $c=\pm\dfrac{1}{|\vec{a}|}$ とすればよい．

(1) $c=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2) $c=\pm\dfrac{2}{\sqrt{17}}$　　(3) $c=\pm\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

問題 1.6.　(1) $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=4$, $\vec{u}\cdot\vec{v}=4$, $\cos\theta=\dfrac{1}{2}$（つまり，$\theta=\dfrac{\pi}{3}$）.

(2) $\vec{u} = (1,3)$，$\vec{v} = (9,-3)$．したがって，$|\vec{u}| = \sqrt{10}$, $|\vec{v}| = 3\sqrt{10}$, $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$, $\cos\theta = 0$（つまり，$\theta = \dfrac{\pi}{2}$）．

(3) $|\vec{u}| = \sqrt{21}$, $|\vec{v}| = \sqrt{29}$, $\vec{u}\cdot\vec{v} = -6$, $\cos\theta = -\dfrac{6}{\sqrt{609}}$　（$\cos\theta < 0$ であるから，θ が鈍角であることがわかる）．

(4) $|\vec{u}| = \sqrt{17}$, $|\vec{v}| = \sqrt{69}$, $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$, $\cos\theta = 0$　（つまり，$\theta = \dfrac{\pi}{2}$）．

(5) $\vec{u} = (3,1,-1)$，$\vec{v} = (-5,1,-5)$．したがって，$|\vec{u}| = \sqrt{11}$, $|\vec{v}| = \sqrt{51}$, $\vec{u}\cdot\vec{v} = -9$, $\cos\theta = -\dfrac{9}{\sqrt{561}}$.

問題 1.7. $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ を満たす c を求める．$\vec{a}\cdot\vec{b} = 3 - 2c - c = 3 - 3c$ より，$\underline{c = 1}$.

問題 1.8. $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とする．このとき，三角形 OAB の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$$

と書ける（ただし，$\theta = \angle\mathrm{AOB}, 0 \leq \theta \leq \pi$）．$\sin\theta \geq 0$ であるから，$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$ と書きなおすと

$$\begin{aligned} S =& \frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sqrt{1-\cos^2\theta} \\ =& \frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2|\vec{b}|^2\cos^2\theta} \end{aligned}$$

となる．内積の定義 $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta$ を代入することにより，$S = \dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2\,|\vec{b}|^2 - (\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$ を得る．