線形代数 中間試験　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

点/40 点

1 次の各問に該当するものを（ア）〜（エ）の中からすべて選び，下の解答欄に記号を書きなさい．（各 3 点）

(1) ベクトル $\vec{a} = (1, 2, -3)$ と直交するベクトル

（ア） $(-2, -1, 1)$　　（イ） $(-3, 0, 1)$

（ウ） $(1, -2, -1)$　　（エ） $(-1, 1, 1)$

(2) 交代行列

（ア） $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$　　（イ） $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

（ウ） $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$　　（エ） $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

(3) 正則行列

（ア） $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$　　（イ） $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

（ウ） $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$　　（エ） $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(4) 置換 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ の逆置換

（ア） $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$　　（イ） $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

（ウ） $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$　　（エ） $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

（解答欄）

(1)	(2)
(3)	(4)

2 次の行列の積を計算しなさい．(3 点)

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -5 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 \\ -1 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

3 次の連立 1 次方程式を吐き出し法を用いて解きなさい．（各 5 点）

(1) $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = -3 \\ x - y - 2z = 5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x - y + 2z + w = 3 \\ 3x + 2y + z - w = 3 \\ 2x - y + 2z + w = 4 \\ -x + y - z + 2w = -5 \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の行列の行列式を求めなさい．（それぞれ 3, 4, 4 点） 学籍番号 | | | | | | | |

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とおく．このとき，行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ に対し，$Ae_1 = e_2$，$Ae_2 = e_4$，$Ae_3 = e_1$，$Ae_4 = e_3$ が成り立つ．行列 A の積によって e_i の添字が $1 \mapsto 2$, $2 \mapsto 4$, $3 \mapsto 1$, $4 \mapsto 3$ に変わったと見ると，これは 4 次の置換 $\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ と同一視することができる．このような行列 A を置換 φ の置換行列という．このとき，次の問に答えなさい．

(1) 置換 ψ の置換行列は $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ であるとする．このとき，ψ を求めなさい．（3 点）

(2) 置換の積 $\varphi\psi$ とその置換行列を求めなさい．（4 点）

(3) 行列の積 AB を求めなさい．（2 点）

(4) 以上の議論から置換行列の逆行列の求め方を類推し，求め方とその根拠を述べなさい．（5 点）