

問題 5.1.  $x = -1 + 3s + t, y = -2s + 2t, z = 2 - s - 3t$

問題 5.2.  $x = -1 + 3s + t, y = -2s + 2t, z = 2 - s - 3t$

問題 5.3.

(1)  $\vec{n} = (8, 8, 8)$

(2)  $x + y + z = 1$

問題 5.4.

(1)  $s = \frac{1}{8}(2x - y + 2)$

(2)  $t = \frac{1}{8}(2x + 3y + 2)$

(3)  $x + y + z = 1$

問題 5.5. 2点  $A(2, 3), B(3, 1)$  を通る直線を  $l$  とし, 行列  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$  を表現行列とする線形変換を  $f_M$  とする (つまり,  $f_M(\vec{p}) = M\vec{p}$ ). このとき, 次の問に答えなさい.

(1)  $(2 + t, 3 - 2t)$

(2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 + t \\ 3 - 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 - 3t \\ -13 + 4t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

したがって,  $l'$  は直線で, その方向ベクトルは  $\vec{v} = (-3, 4)$  である.

(3)  $f_M(A) = (8, -13), f_M(B) = (5, -9)$

(4)  $4x + 3y + 7 = 0$

(5) 直線  $l'$  についても  $x, y$  の方程式で表せば,  $l'$  と  $l''$  が同じ直線であることがわかる.\*1

問題 5.6. 直線  $l$  上の点は  $(-2 + 4t, 2t)$  とパラメータ表示できる. このとき,

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 + 4t \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

となる. これは  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$  が生成する線形変換で直線  $l$  が 1 点  $(-2, -4)$  につぶれてしまうことを意味する. つまり,  $l$  の像はひとつの点である.

---

\*1 2点  $A, B$  を通る直線を線形変換  $f$  で移した像は, 2点  $f(A), f(B)$  を通る直線と同一であることが示される.