情報数学 III 第３回小テスト 解答　　**2013.5.24** 担当：佐藤

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2 つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に直交するベクトルは外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ に平行なベクトルである．したがって，求めるベクトルは $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{(4,3,5)}$（またはこの定数倍）である．

$\boxed{\mathbf{2}}$ $y = x^2 + 3x - 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$ であるから，$x + \frac{3}{2} = X$，$y + \frac{13}{4} = Y$ とおけば，$Y = X^2$ となる．したがって，座標変換は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{13}{4} \end{pmatrix},$$

つまり，$\underline{a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{13}{4}}$.

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

(2) <u>基底の変換行列は ${}^tA \cdot A = E$ を満たす</u> ので直交行列である．したがって，$\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$-座標系が直交座標系ならば $\{O; \vec{f}_1, \vec{f}_2\}$-座標系も <u>直交座標系である</u>.

(3) $\{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2\}$-座標系の点を (x, y)，この点の $\{O; \vec{f}_1, \vec{f}_2\}$-座標系での座標を (X, Y) で表す．このとき，

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

が成り立つ．この式を $x^2 + y^2 = 1$ に代入することにより $\underline{X^2 + Y^2 = 1}$ を得る．

$\boxed{\mathbf{4}}$ ${}^tA \cdot A = E \ (= A \cdot {}^tA)$ を満たす正方行列のこと．

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \underline{23}.$