情報数学 III 期末試験

学籍番号 | | | | | | | 氏名

点/40 点

注意事項

- 解を書いただけでは，たとえ正解でも加点しない．解とそれをどのように導いたかがわかるような説明，計算式などを記述すること．
- 途中退席は認めない．
- 不正行為と間違われるような行為は行わない．自身の答案作成に集中すること．
- 不正行為と間違われるような行為をした者は直ちに試験を中断し退席させ，然るべき措置を講じる．
- 配点は各大問 (1)(2) を 4 点，(3) を 6 点とする．合計点の上限は 40 点とする．

1 次の各問に答えなさい．

(1) 平面上の点 $P(1,-3)$ を，原点を中心とする回転角 $\dfrac{\pi}{6}$ の回転変換で変換した点の座標を求めなさい．

(2) 行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ と行列 B によって定まる線形変換をそれぞれ f_A, f_B とする．これらの合成変換 $f_A\circ f_B$ は，平面上の任意の点 P に対し，$f_A\circ f_B(P)=P$ を満たすとする．このとき，行列 B を求めなさい．

(3) $\vec{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$\vec{b}=\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ とする．行列 M から定まる線形変換 f_M が $f_M(\vec{a})=\vec{a}$，$f_M(\vec{b})=-2\vec{b}$ を満たすとき．行列 M を求めなさい．

2 次の各問に答えなさい．

(1) 「線形変換 f の固有値が λ である」とはどういうことか説明しなさい．

(2) 「線形変換 f の固有ベクトルが $\vec{v}$ である」とはどういうことか説明しなさい．

(3) 行列 $M=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 18 & -4 \end{pmatrix}$ によって定まる線形変換 f_M の固有値と固有ベクトルを求めなさい．

（2013.12.20 担当：佐藤）

学籍番号 | | | | | | |

3 $\{O;\vec{e}_1,\vec{e}_2\}$，$\{O';\vec{e'}_1,\vec{e'}_2\}$ によって定まる座標系をそれぞれ xy-座標系，XY-座標系とよぶ．各座標系における点 P の座標をそれぞれ (x,y)，(X,Y) とするとき，

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

を満たすとする．このとき，次の各問に答えなさい．

(1) xy-座標系において方程式 $y = 2x^2 + 4x - 1$ で表される図形は，XY-座標系において方程式 $Y = 2X^2$ で表されるとする．この場合の M および a, b を求めなさい．

(2) $\vec{e'}_1 = a_1\vec{e}_1 + b_1\vec{e}_2$，$\vec{e'}_2 = a_2\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2$ の場合の M（基底の変換行列）を求めなさい．

(3) xy-座標系において方程式 $y = 2x^2 + 4x - 1$ で表される図形が，XY-座標系において方程式 $X = 2Y^2$ で表されるとする．この場合の M および a, b を求めなさい．

4 次の各問に答えなさい．

(1) 空間 $\mathbb{R}^3$ の 原点 O の同次座標 をひとつ答えなさい．

(2) 視点が $(10, 2, 3)$，投影面が yz-平面の透視投影を Φ とする．点 $P(-8, 2, 3)$ の Φ による 投影像 $\Phi(P)$ の座標を求めなさい．

(3) 視点が原点で投影面が平面 $x = d$ である透視投影が，同次座標系では行列の積で表せることを示しなさい．