# 第 2 章

# 図形の方程式

## 2.1　直線

### 2.1.1　直線のパラメーター表示

ここでは直交座標系を定めた座標平面または座標空間を考える．

2 点 $A, B$ を通る直線を $\ell$ とする．$\ell$ 上の点 $P$ はどのように表わせるだろうか．この場合，図 2.1 左のように $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AP}$ は平行である．これは

$$\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB} \tag{2.1}$$

を満たす実数 $t$ が存在することを意味する．点 $A, B, P$ の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{p}$ とすると，$\overrightarrow{AP} = \vec{p} - \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ であるから，(2.1) は

$$\vec{p} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) \tag{2.2}$$

と表すことができる．これを直線 $\ell$ のパラメーター表示（または媒介変数表示）といい，$t$ をパラメーター（または媒介変数）という．(2.2) において，パラメーターが $t$ であることを明示する場合は，$\vec{p}(t) = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a})$ と表記する．$\vec{p}(t)$ を位置ベクトルとする点を $P_t$ とすると，$t$ が変化することによって $P_t$ は $\ell$ 上を動く．$t$ の範囲が実数全体のときは直線 $\ell$ 全体を表し，$0 \leq t \leq 1$ のときは線分 $AB$ を表す．

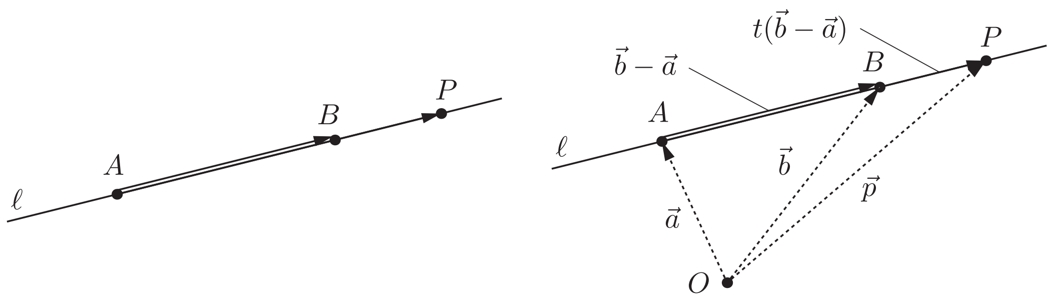


図 2.1　2 点 $A, B$ を通る直線上の点

(2.2) において，$\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$ とおいた式 $\vec{p}(t) = \vec{a} + t\vec{v}$ は点 $A$ を通り，$\vec{v}$ に平行な直線を表す（図 2.2)．このベクトル $\vec{v}$ を直線 $\ell$ の方向ベクトルという．

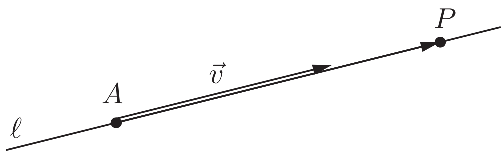


図 2.2　直線の方向ベクトル

**直線のパラメーター表示**

(1) 2 点 $A, B$ を通る直線上の点 $P$ は

$$\vec{p} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a})$$

(2) 点 $A$ を通り，$\vec{v}$ に平行な（方向ベクトルが $\vec{v}$ の）直線上の点 $P$ は

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{v}$$

と表すことができる．

例 **2.1.** 平面上の 2 点 $(1, 2)$，$(-3, 5)$ を通る直線を $\ell$ とする．このとき，次の問に答えなさい．

(1) $\ell$ のパラメーター表示を求めなさい．
(2) 点 $Q(-3, 5)$ が $\ell$ 上の点であるか否か判定しなさい．

### 2.1.2　平面内の直線の方程式

### 2.1.3　空間内の直線の方程式

## 2.2　空間上内の平面

### 2.2.1　平面のパラメーター表示

### 2.2.2　平面の方程式

## 2.3　図形の交わり

平面達の交点の集合

平面の直線の交点

## 2.4　2 次曲線と 2 次曲面