

図 1.8 幾何ベクトルとして等しい有向線分

て \vec{a}, \vec{b}, \dots などと表す. \vec{a} と逆の向きを持つベクトルを $-\vec{a}$ と表す.

定義 1.1. 始点と終点と同じ点のベクトルを零ベクトルといい, $\vec{0}$ と表す. ベクトル \vec{a} の線分としての長さをベクトルのノルムといい, $\|\vec{a}\|$ と表す. 例えば, $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ のとき, $\|\vec{a}\| = |AB|$ である.

ベクトル \vec{a} が平面上の有向線分として表されるとき, \vec{a} を平面ベクトルとよぶ. 同様に, 空間上の有向線分として表されるとき, \vec{a} を空間ベクトルとよぶ.

1.2.2 ベクトルの線形演算

ベクトルの和

ベクトル \vec{a}, \vec{b} に対し, その和 $\vec{a} + \vec{b}$ を以下のようにして定義する; $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{BC}$ のように \vec{a} の終点と \vec{b} の視点が重なるように平行移動し, $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$ と定める (図 1.9 左). これは \vec{a}, \vec{b} を 2 辺とし, 始点を共有する平行四辺形の対角線のひとつに図 1.9 右のような向きを定めたベクトルに他ならない. この定義から, ベクトルの和が可換, つまり $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ が成り立つことがわかる. また, 任意のベクトル \vec{a} に対し, $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$, $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ であることも明らかだろう.

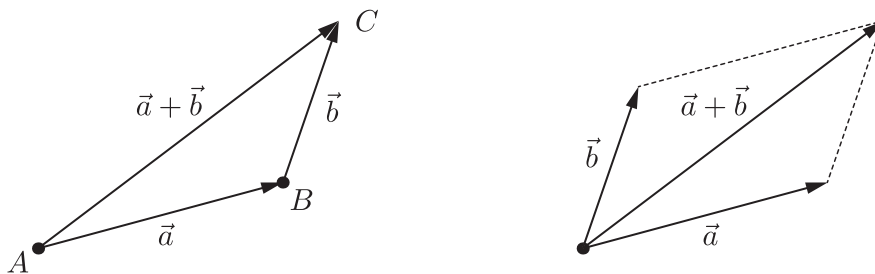


図 1.9 ベクトルの和

ベクトルのスカラー倍

ベクトル \vec{a} と実数 t に対し, そのスカラー倍 $t\vec{a}$ を

- (a) $t > 0$ のとき, \vec{a} と同じ向きで, ノルムが $t\|\vec{a}\|$ のベクトル,
 (b) $t = 0$ のとき, $\vec{0}$,
 (c) $t < 0$ のとき, \vec{a} と逆の向きで, ノルムが $(-t) \times \|\vec{a}\|$ のベクトル

と定める.

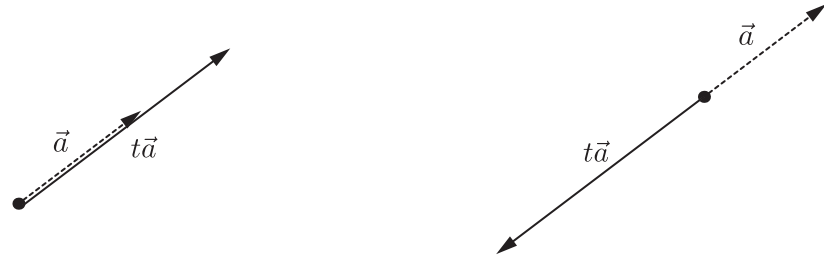


図 1.10 ベクトルのスカラー倍. $t > 0$ の場合 (左) と $t < 0$ の場合 (右)

この定義から, $-\vec{a} = (-1)\vec{a}$ であることがわかる.

定義 1.2. 零ベクトルでないベクトル \vec{a}, \vec{b} に対し, $\vec{a} = k\vec{b}$ となる実数 k が存在するとき, \vec{a} と \vec{b} は平行であるという.

ベクトルの和とスカラー倍の性質

1.2.3 位置ベクトルとベクトルの成分表示

位置ベクトル

ベクトルの成分表示

1.2.4 内積とノルム

1.2.5 空間ベクトルの外積

1.3 基底と座標系