

数学科教育法 レポート⑧の解答

課題 8-1 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を漸化式

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + 2y_n \\ y_{n+1} = x_n + y_n \end{cases}, \quad (x_1)^2 - 2(y_1)^2 = 1$$

によって定義すると、奇数番の x_n/y_n は $\sqrt{2}$ に収束する。
 (右表は初期値を $x_1 = 1, y_1 = 0$ としたもの)

n	x_n	y_n	x_n/y_n
1	1	0	—
2	1	1	—
3	3	2	1.5
4	7	5	—
5	17	12	1.41 $\dot{6}$
6	41	29	—
7	99	70	1.41428571
8	239	169	—
9	577	408	1.41421568
10	1393	985	—
11	3363	2378	1.41421362
12	8119	5741	—
13	19601	13860	1.41421356

課題 8-2 任意の有理数 $p, q \in \mathbb{Q}$ (ただし, $p < q$) に対し, $p < r < q$ を満たす有理数 $r \in \mathbb{Q}$ が必ず存在する.

課題 8-3

- 実数の切断とは、実数 \mathbb{R} の空集合 \emptyset でない部分集合 A, B の組で「 $A \cup B = \mathbb{R}, A \cap B \neq \emptyset$ 」かつ「 $a \in A, b \in B$ ならば, $a < b$ 」を満たすものをいう。
- 実数の連続性とは実数の任意の切断 (A, B) に対し、
 - 「 A の最大値が存在し, B に最小値が存在しない」か、または
 - 「 A の最大値が存在せず, B に最小値が存在する」
 のいずれか一方が成り立つことである。