

課題 7-1 自然数とは以下の条件を満たす「集合 \mathbb{N} 」と「1」と「写像 f 」の体系である.

- I. $1 \in \mathbb{N}$.
- II. f は \mathbb{N} から \mathbb{N} への写像である.
- III. $f(n) = 1$ となる $n \in \mathbb{N}$ は存在しない (1 の逆像は空集合である ; $f^{-1}(1) = \emptyset$).
- IV. $f(a) = f(b)$ ならば $a = b$ である (写像 f は単射である).
- V. \mathbb{N} の部分集合 M が次の 2 つの条件を満たせば, $M = \mathbb{N}$ である ;
 - $\forall_1 \quad 1 \in M$.
 - $\forall_2 \quad n \in M$ ならば $f(n) \in M$ ($f(M) \subset M$).

課題 7-2

以下のような計算をする場合には, その式変形がどのような条件 (公理) に依っているのか注意する必要がある.

(1)

$$\begin{array}{ll}
 3 + 2 = 3 + 1' & (2 = 1') \\
 = (3 + 1)' & (\text{和の定義 : } n + m' = (n + m)') \\
 = (3')' & (\text{和の定義 : } n + 1 = n') \\
 = 4' & (3' = 4) \\
 = 5 & (4' = 5)
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{ll}
 3 \times 2 = 3 \times 1' & (2 = 1') \\
 = 3 \times 1 + 3 & (\text{積の定義 : } n \times m' = n \times m + n) \\
 = 3 + 3 & (\text{積の定義 : } n \times 1 = n) \\
 = 3 + 2' & (3 = 2') \\
 = (3 + 2)' & (\text{和の定義 : } n + m' = (n + m)') \\
 = 5' & ((1) \text{ の結果 : } 3 + 2 = 5) \\
 = 6 & (5' = 6)
 \end{array}$$

課題 7-3

例えば…

- 勝ち負けが同数の状態を原点として、「貯金」と「借金」(野球のペナントレースなど).
- 為替レートである日の終値を原点として、「円高」と「円安」
- 赤道を原点として「北緯」と「南緯」
- 地上入り口階を原点として「地上階」と「地下階」
- 海水面を原点として「海拔」と「水深」
- ゴルフの「オーバー」と「イーブン」と「アンダー」
- 合格最低点を原点として、「合格点」と「赤点」

課題 7-4

例えば…

- 直線道路を一定の速度で走行していた車がブレーキをかけて一様に加速度 2m/s^2 で減速し、10 秒後に停止した。ブレーキをかけ始める直前の速度を求めよ： $(-2) \times (-10) = 20\text{m/s}$.
 - 時間：ブレーキをかけはじめるときを原点として、それ以前を「-」、それ以後を「+」.
 - 加速度：減速を「-」、加速を「+」
 - 速度：走行方向へ進む速度が「+」、逆走を「-」、停止状態が「0」.
- 8ヶ月前からダイエットをして1ヶ月に3kgの減量に成功した。では、ダイエットを始めた頃は現在の体重から何kg太っていたか？： $(-8) \times (-3) = 24\text{kg}$.
 - 時間：現在を原点として、それ以前を「-」、それ以後を「+」.
 - 体重：現在の体重を原点として、増加分を「+」、減量分を「-」.
- 十分な量の水が入った風呂があり、栓が抜かれ水が流れ出ている。毎秒2リットルの水が流れて減っているとすると、今から15秒前は今の水量から何リットル多かったか？ $(-2) \times (-15) = 30$ リットル
 - 風呂の水量が増えると「+」、減ると「-」.
 - 時間：ある時点を原点として、それ以前を「-」、それ以後を「+」.