

東京電機大学 情報環境学部

数学科教育法 第2回

§1) 数学とはどのような学問か (1)

担当：佐藤 弘康

# §1) 数学の歴史

---

- (1) 古代オリエントの数学
- (2) ギリシア数学
- (3) 中世の数学
- (4) 17 世紀の数学
- (5) 和算 — 江戸時代の数学
- (6) 近代・現代の数学

# 1.1) 古代オリエントの数学

「古代オリエント」とは…

- 現在の中東地域に起こった文明
- およそ紀元前 4 千年紀から紀元前 4 世紀頃



# 1.1) 古代オリエントの数学

---

## 特徴

- 都市文明社会の経済的要請から生じたもの. 実用的な計算 (算数的).
- 日常の事象を数量的・空間的観点から観測して (帰納的推論により) 得られた経験的知識
- 整数・分数の計算, 1次・2次方程式の解法, 図形の求積法など

# 1.1) 古代オリエントの数学

---

## エジプトの数学

- 位取りの原理のない 10 進法で自然数 (0 がない).
- 分数は  $\frac{2}{3}$  と単位分数  $\frac{1}{n}$  だけ.
- 2 次方程式 :  $ax^2 = b$  の解は  $x = \sqrt{\frac{b}{a}}$ .
- 等間隔に 12 個の結び目をつけた縄の輪で直角や 60 度をつくる.
- 円の面積 :  $\left(d - \frac{d}{9}\right)^2$ . (ただし  $d$  は直径)
- 正 4 角錐台の体積 :  $\frac{(a^2 + ab + b^2)h}{3}$ .  
(ただし  $a, b$  は上底, 下底の長さ,  $h$  は高さ)

# 1.1) 古代オリエントの数学

## バビロニアの数学

- 60 進法で自然数と小数を表した； $1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$  は “1;24,51,10”.
- 数表（逆数表, 掛け算表など）
- 正の数  $c$  の平方根を求める方法；  
$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1.41421296 \dots$$
- 高度な 2 次方程式（例えば  $x - \frac{1}{x} = C$  の解法）
- 円の面積は “円周の長さの平方の  $\frac{1}{12}$ ”（実用的な計算）.
- 円周率の近似値として  $\frac{25}{8}$  や  $\frac{22}{7}$  など.
- 角錐の体積は同底同高の角柱の  $\frac{1}{3}$

## 1.2) ギリシアの数学

- 紀元前 6 世紀にギリシアで発生した論証数学.
- エジプトやバビロニアの数学から影響を受け発展.



## 1.2) ギリシアの数学

---

### 特徴

- 算術（数の本性）、幾何学、天文学、音律学など。
- 仮定・既知の命題から新しい結論を論理的・演繹的に得る。
- なぜ、論理的思考が持ち込まれたのか？
  - ギリシアの社会的・民族的背景
  - 民主制社会（議論と説得が重要な意味を持った）
  - どんな意見でも議論に勝ちさえすればよし。弁論競技。

プラトン 『幾何や算術では、それぞれの研究に応じていくつかの前提（仮設）を置き、これらは既知のものとみなし、あたかも万人に明らかであるかのように取り扱う』

## 1.2) ギリシアの数学

---

### ターレス

- 記録に残っている最古の哲学者。ギリシアの七賢人。
- ピラミッドの高さを計測（図形の相似を利用）
- ターレスの定理：「半円内の角は直角である」など。

### ピタゴラス — ピタゴラス学派（教団）

- 三平方の定理，無理数の発見。
- 奇数，偶数，素数，約数，倍数，完全数，三角数などの言葉。
- ピタゴラス音階。
- 「正多面体は5個しかない」など。

## 1.2) ギリシアの数学

---

### ツェノン（ゼノン）の4つの逆理

#### (1) 「二分法」

運動するものが  $A$  地点から  $B$  地点を目指すとき、中点の  $C$  地点を通る。また  $A$  と  $C$  の間にも中点がある。この議論を続ければ、 $B$  地点にたどり着くまでには無限の点を通る。無限の点を通るには無限の時間がかかり、結局  $B$  にたどり着くことはできない。

#### (2) 「アキレスと亀」

#### (3) 「飛んでいる矢は止っている」

#### (4) 「競技場」

当時の考えの範囲を超えていた（無限、時間、運動、変化、分割、連続とは？）

## 1.2) ギリシアの数学

---

### エウクレイデス（ユークリッド）の『原論』

- ギリシア数学の集大成. 全 13 巻.
- 既存の知識を ごく少数の基本的知識 を論拠にして論理的・演繹的に導き, 系列化.
  - 23 の定義: 点, 直線, 面, 鋭角, 鈍角, 円, 正方形, 平行線など.
  - 5 つの公準 (要請):  
例えば「任意の点から任意の点への直線をひくこと」など.
  - 9 つの公理 (共通概念):  
例えば「同じ物に等しいものはまた互いに等しい」など.

## 1.2) ギリシアの数学

---

### エウクレイデス（ユークリッド）の『原論』

- 第1巻・命題1：  
「与えられた線分を1辺とするような正三角形をつくることができる」
- 第1巻・命題47：ピタゴラスの定理（三平方の定理）  
「直角三角形において直角に対する辺上の正方形は直角をはさむ2辺の上の正方形の和に等しい」
- 第3巻・命題31：ターレスの定理  
「直径に対する円周角は直角である」

## 1.2) ギリシアの数学

---

### 線分演算

- 古代ギリシア人は図形の性質に強い関心を持っていた。
- 数のかわりに線分の長さを演算の対象とした。
  - $a + b$
  - $a - b$
  - $a \times b$
  - $a \div b$
  - $x^2 - ax + b^2 = 0$  の解  $\alpha, \beta$

## 1.3.1) 中世アラビアの数学

---

### 特徴

- インドの数学が土台. 記数法と計算法 (0, 負の数).
- 代数学 (式の計算, 方程式の解法) が発展. ギリシア数学を越えた.
- アル・フワーリズミー (9 世紀)
  - 「アルゴリズム」の語源.
  - 代数学の英語 “algebra” はフワーリズミーの著書名が語源.
  - 移項法, 2 次方程式の解法など.

## 1.3.2) 中世ヨーロッパ・ルネッサンス期の数学

---

### 特徴

- ギリシア数学の維持継承。本質的发展は見られない。
- アラビアの代数がイタリアに伝わり発展；
  - ピサのレオナルド（フィボナッチ，1170 頃～）  
アラビア数学をラテン語で集大成。
  - カルダーノ（16 世紀）：3 次方程式の代数的解法。  
（タルタリア，シピオーネも発見していた）
  - フェラーリ（16 世紀）：4 次方程式の代数的解法。
- ネイピア（1150 年頃～）：対数の発見

# 参考文献

---

- 「無限のパラドクス」 足立恒雄 著（講談社, ブルーバックス）
- 「マンガ おはなし数学史」 佐々木ケン 原作・仲田紀夫 漫画（講談社, ブルーバックス）
- 「数学が歩いてきた道」 志賀浩二 著（PHP 研究所, PHP サイエンス・ワールド新書）
- 「ユークリッド原論」 中村幸四郎・寺坂英孝・伊藤俊太郎・池田美恵 訳・解説（共立出版）
- 「岩波数学辞典 第4版」 日本数学会 編集（岩波書店）
- Wikipedia : 数学史