事実

$\triangle OAB$ において，辺 OA の長さを a，辺 OB の長さを b，$\angle AOB = \theta$ とする．このとき，$\triangle OAB$ の面積は $\dfrac{1}{2}ab\sin\theta$ に等しい．

問題 2.1. 上の事実を用いて，ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ を 2 辺とする三角形の面積が

$$\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2\,|\vec{b}|^2 - (\vec{a}\cdot\vec{b})^2} \tag{2.1}$$

に等しいことを示しなさい[*1]．

問題 2.2. 空間ベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ に対し，(2.1) 式の右辺を a_i, b_j を用いて表しなさい．

問題 2.3. 空間ベクトル $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ に対し，次の問に答えなさい．

(1) 外積 $\vec{a}\times\vec{b}$ の成分を a_i, b_j を用いて表しなさい．[*2]．

(2) 外積 $\vec{a}\times\vec{b}$ の長さ $|\vec{a}\times\vec{b}|$ を a_i, b_j を用いて表しなさい．

[*1] ヒント：内積の定義を思い出しなさい（成分で定義する方でない方）．

[*2] 定義の確認．