線形代数 第 8 回小テスト解答

2012.7.6（担当：佐藤）

1

(1) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(2) 連立方程式の拡大係数行列 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \end{array}\right)$ は行に関する基本変形により

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$ となる．この行列の第 3 行は $0 = 1$ を意味し，矛盾する．つまり，この連立 1 次方程式は <u>解を持たない</u>.

または，「$2 = \mathrm{rank}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix} < \mathrm{rank}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \end{array}\right) = 3$ だから解を持たない」でもよい.

(3) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ （ただし，k は任意の実数）

2

(1) $\det(A) = -4$

(2) B は係数行列 A の第 2 列を定数項ベクトルに置き換えた行列である．したがって，

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

特別問題 拡大係数行列 $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & k \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right)$ は行基本変形により，$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & k+2 \\ 0 & 1 & -1 & -k \\ 0 & 0 & 0 & k+3 \end{array}\right)$ と変形される．この連立方程式が解をもつためには，第 3 行が $(0\ 0\ 0\ 0)$ となる必要がある．したがって，求める条件は $\underline{k = -3}$.