線形代数 第 **6** 回小テスト問題

2012.6.15（担当：佐藤）

注意：解答は計算結果だけでなく，計算の過程 もわかりやすく書くこと（解答は web で公開）.

http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2012/la/

1 次の行列の行列式を求めなさい.（それぞれ 4 点，6 点，6 点，8 点）

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

2 次の連立 1 次方程式を掃き出し法で解きなさい.（6 点）

$$\begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ x - 2y + z = -1 \\ 3x + y + 2z = 10 \end{cases}$$

線形代数 第 **6** 回小テスト問題 **2012.6.15**（担当：佐藤）

特別問題　（成績評価時に加点する）

行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ を左から $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ にかけると

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

となる．これは「行列 A によって $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ が $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ に並び替えられた」と解釈することができ，行列 A は置換 $\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ を表現している．このように置換 φ に対応する行列 A を φ から定まる置換行列とよぶ．次の問に答えなさい．

(1) 4 次の置換 $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対応する置換行列を求めなさい．

(2) 置換 τ の符号 $\mathrm{sign}(\tau)$ を求めなさい．

(3) (1) で求めた置換行列の行列式を求めなさい．