線形代数 中間試験

学籍番号 | | | | | | | 氏名

1 次の各問に答えなさい（この問題は記号を選ぶだけでよい，説明不要）.（各 2 点）

(1) 次の（ア）〜（エ）の中から正則行列を すべて 選びなさい.

（ア）$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ （イ）$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ （ウ）$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ （エ）$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

(1)

(2) ベクトル $\vec{a} = (1, 2, -3)$ と直交するベクトルを次の（ア）〜（エ）の中から すべて 選びなさい.

（ア）$(-2, -1, 1)$ （イ）$(-3, 0, 1)$ （ウ）$(2, 1, 1)$ （エ）$(1, 1, 1)$

(2)

(3) 次の（ア）〜（ウ）の中から交代行列を すべて 選びなさい.

（ア）$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ （イ）$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & -6 & 0 \end{pmatrix}$ （ウ）$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

(3)

(4) 点 $P_0 = (1, 3, -2)$ を通り，ベクトル $\vec{u} = (-1, 2, -1)$ に平行な直線を l とする．次の（ア）〜（エ）の中から l 上の点を すべて 選びなさい.

（ア）$(-1, -1, -4)$ （イ）$(3, -1, 0)$ （ウ）$(0, 5, -3)$ （エ）$(2, 1, 0)$

(4)

(5) 次の（ア）〜（エ）の置換の中から，$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ と同じ置換を すべて 選びなさい.

（ア）$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ （イ）$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ （ウ）$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ （エ）$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

(5)

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ について，次の問に答えなさい．（各 2 点）

(1) $A + {}^t\!A$ を求めなさい．

(2) AB を求めなさい．

(3) BA を求めなさい．

(4) ${}^t\!B\,{}^t\!A$ を求めなさい．

(5) $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ \hline -1 & 4 & 1 \end{array}\right)$，$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$ と行列を分割し，積を

$$AB = \begin{pmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} \end{pmatrix}$$

と計算できるようにしたい．このように計算することができない B の分割を次の（ア）～（エ）の中から すべて 選びなさい．

（ア）$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ \hline 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$　（イ）$\left(\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$　（ウ）$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ \hline 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$　（エ）$\left(\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ \hline 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$

(5)

線形代数 中間試験　学籍番号 | | | | | | | 　氏名

点/40 点

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の各平面の方程式を求めなさい（パラメーター表示でも，x, y, z の方程式でもどちらでもよい）.（各 3 点）

(1) 点 $P_0 = (4, -2, 1)$ と通り，ベクトル $\vec{a} = (2, 0, 1)$ と $\vec{b} = (-1, 3, 1)$ で張られる平面.

(2) 3 点 $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, -1, 2)$, $C = (2, 1, 4)$ を通る平面.

(3) 法線ベクトルが平面 $2x - y + 6z = 1$ の法線ベクトルと同じで，点 $Q_0 = (1, 2, 1)$ を通る平面.

(4) $(1 + 3t, -2 + t, 1 - 2t)$ とパラメーター表示される直線と直交し，点 $R_0 = (3, -4, 1)$ を通る平面.

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の連立方程式の解を求めなさい．ただし，(2) は 掃き出し法 を用いること．((1): 3 点，(2): 5 点)

(1) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = -3 \\ x - y - 2z = 5 \end{cases}$