線形代数 第 4 回小テスト解答　　　　**2012.5.25**（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $A + {}^tA = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 6 & 6 \\ 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$　(2) $A - {}^tA = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

(3) $A \cdot {}^tA = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 1 & 13 & 14 \\ -3 & 14 & 18 \end{pmatrix}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) $a = 2,\quad b = -2$　(2) $c = 0,\quad d = 4$

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) $P = (1, 2, 3) + s\,(-2, 1, 3) + t\,(1, 0, 2)$ または $P = (1 - 2s + t, 2 + s, 3 + 3s + 2t)$.
（注：パラメーター s と t は逆でもよい）

(2) $\vec{a} \times \vec{b} = (2, 7, -1)$

(3) 点 P_0 を通り，法線ベクトルが $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ である平面上の点を P とするとき，この平面のベクトル方程式は $\overrightarrow{PP_0} \cdot \vec{n} = 0$ である．$P = (x, y, z)$ として計算すると，$\underline{2x + 7y - z = 13}$.
（注：この平面は π に他ならない．実際に (1) で求めた点 P の座標を $2x + 7y - z = 13$ に代入すれば等号が成り立つことが確かめられる）

$\boxed{\mathbf{4}}$ 3 つの平面の交点とは，3 つの方程式を同時に満たす (x, y, z) であるので，求めるものは連立方程式

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y - 2z = 3 \end{cases}$$

の解である．この解は $x = 1,\ y = 0,\ z = -1$ であるから，交点の座標は $\underline{(1, 0, -1)}$.

$\boxed{\text{特別問題}}$

(1) l 上の点はパラメーター t を用いて $(1, 2, 3) + t(-2, -1, 2)$ と表すことができる．l が点 $Q = (1, 1, -4)$ を通るならば，$(1, 2, 3) + t(-2, -1, 2) = (1, 1, -4)$ を満たす実数 t が存在しなければならない．しかし，そのような t 存在しない．なぜなら，上式は $t(-2, -1, 2) = (0, -1, -7)$ と式変形できるが，ベクトル $(-2, -1, 2)$ と $(0, -1, -7)$ は平行ではないから．

(2) 平面 π は「点 P_0 を通り，ベクトル $\vec{u}$ と $\overrightarrow{P_0Q}$ で張られる平面」と解釈できる．したがって，この点のパラメーター表示は $\underline{(1, 2, 3) + s(-2, -1, 2) + t(0, -1, -7)}$（表し方は一意ではないので，他の表し方もある）．また，点 P_0 を通り，法線ベクトル $\vec{u} \times \overrightarrow{P_0Q}$ の平面とも解釈できる．方程式は $\underline{2x + 7y - z = 13}$.

(3) 求めるものは，点 Q を通り，法線ベクトルが l の方向ベクトルに等しい平面である．したがって，$\underline{-2x - y + 2z = -11}$.