線形代数 第 4 回小テスト問題 **2012.5.25**（担当：佐藤）

注意：解答は計算結果だけでなく，計算の過程もわかりやすく書くこと（解答は web で公開）.

http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2012/la/

$\boxed{\mathbf{1}}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ に対し，次の行列を計算しなさい.（各 4 点）

(1) $A + {}^tA$ (2) $A - {}^tA$ (3) $A \cdot {}^tA$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の問に答えなさい.（各 2×2 点）

(1) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & a & -2 \\ 2 & 0 & 5 \\ b & 5 & -3 \end{pmatrix}$ が対称行列になるための a, b の値を答えなさい.

(2) 行列 $\begin{pmatrix} 0 & -1 & d \\ 1 & c & 3 \\ -4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ が交代行列（歪対称行列）になるための c, d の値を答えなさい.

$\boxed{\mathbf{3}}$ 点 $P_0 = (1, 2, 3)$ を通り，ベクトル $\vec{a} = (-2, 1, 3), \vec{b} = (1, 0, 2)$ が張る平面を π とする．このとき，次の問に答えなさい.

(1) 平面 π 上の点 P の座標をパラメーター s, t を用いて表しなさい.（4 点）

(2) 外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ を求めなさい.（3 点）

(3) 点 P_0 を通り，法線ベクトルが $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ である平面上の点を (x, y, z) とする．x, y, z の満たす方程式を求めなさい.（3 点）

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の方程式

$$x + 3y + 2z = -1, \quad 2x + 2y + z = 1, \quad x + 2y - 2z = 3$$

で表される空間内の 3 つの平面の交点の座標を求めなさい.（10 点）

$\boxed{\text{特別問題}}$

点 $P_0 = (1, 2, 3)$ を通り，ベクトル $\vec{u} = (-2, -1, 2)$ に平行な直線を l とする．このとき，次の問に答えなさい（※成績評価のときに加点します）.

(1) l は点 $Q = (1, 1, -4)$ を通らないことを示しなさい.

(2) l 上のすべての点と点 $Q = (1, 1, -4)$ を通る平面を π とする．π の方程式を求めなさい（点の座標のパラメーター表示でも，x, y, z の方程式でもどちらでもよい）.

(3) 点 Q を通り，l に直交する平面の方程式を求めなさい.