線形代数 第2回小テスト解答

2012.4.27（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2つの方程式 $\begin{cases} 2x - ay = 4 \\ bx + 3y = -1 \end{cases}$ に $x = 1,\ y = 2$ を代入した式が成立するので，

$$\begin{cases} 2 \times 1 - a \times 2 = 4 \\ b \times 1 + 3 \times 2 = -1 \end{cases}$$

したがって，$\underline{a = -1,\ b = -7}$.

$\boxed{\mathbf{2}}$

(1) (i) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -10 \end{pmatrix}$, (ii) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,

(iii) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 13 \\ -19 \end{pmatrix}$

(2) (i) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, (ii) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 12 \end{pmatrix}$

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 & 9 \\ 2 & -3 & -2 & -11 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{行基本変形}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right)$

したがって，解は $x = 11,\ y = 7,\ z = 6$.

(2) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{行基本変形}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$

したがって，解は $x = 1,\ y = 2,\ z = 1$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ 2つの方程式 $\begin{cases} 2ax - by = 3 \\ -bx - 3ay = -1 \end{cases}$ に $x = 1,\ y = 2$ を代入した式が成立するので，a, b は

$$\begin{cases} 2a - 2b = 3 \\ -b - 6a = -1 \end{cases}$$

を満たす．つまり，求めるものは未知数が a, b の上記の連立1次方程式の解である．

この解は，$\underline{a = \dfrac{5}{14},\ b = -\dfrac{8}{7}}$.

この授業の情報源：http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2012/la/