

**特別問題** 次の 2 つの条件\*1 を満たす 2 次正方行列  $A$  をひとつ挙げなさい。

- (1)  $A$  の成分はすべて整数で, さらに 0 でない.
- (2)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  が存在し,  $A^{-1}$  の成分もすべて整数で, さらに 0 でない.

**解説** 2 次正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  の逆行列は

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

と書ける (ただし,  $ad - bc \neq 0$  のとき). したがって,  $ad - bc = 1$  を満たすように整数  $a, b, c, d$  を選べば,  $A^{-1}$  の成分もすべて整数となる. 例えば,

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

など.

---

この授業の情報源: <http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2012/la/>

\*1 当初, 「3 つの条件」としましたが, (1)(2) の条件から 3 つ目の条件は必要がなくなります.