情報数学 III 第 3 回小テスト解答

注意：自己採点の結果，24 点未満の者は裏面のレポート課題を提出すること．提出期限は **7** 月 **2** 日（月）**10:30**，提出場所は教育棟 **1** 階事務のレポートボックスとする．

$\boxed{\mathbf{1}}$ （イ）（ウ）

$\boxed{\mathbf{2}}$

(1) $f_A(t) = t^2 + 3t - 4 = (t-1)(t+4)$

(2) -4，1

(3) -4 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$1$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$．

（ただし，c は 0 でない実数）

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) $\varphi(x, y)$ の 2 次の項の係数行列 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ の行列式は $-6\ (\neq 0)$ なので，有心 2 次曲線である．

(2) $2\bar{x}^2 + 4\bar{x}\bar{y} - \bar{y}^2 - \dfrac{3}{8} = 0.$

$\boxed{\mathbf{4}}$

(1) $\|\overrightarrow{PH}\| = |y + a|$

(2) $\|\overrightarrow{PF}\| = \sqrt{x^2 + (y-a)^2}$

(3) $4ay = x^2$

情報数学 III 第 3 回小テスト レポート課題

注意：このレポート課題の各問は小テストの各問のヒントになっています．ただ解くだけでなく，小テストの問題と対比させて考えること．

$\boxed{1}$ 次の行列 A とベクトル $\vec{v}_i$ $(i = 1, \ldots, 4)$ に対し，各 $A\vec{v}_i$ を計算し，$A\vec{v}_i$ と $\vec{v}_i$ が定数倍の違いしかないものを挙げなさい．

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 3 \\ 9 & -5 & 3 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$\boxed{2}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$ に対して以下の問に答えなさい．

(1) A の固有多項式 $f_A(t) = \det(tE_2 - A) = \det \begin{pmatrix} t-2 & -6 \\ 1 & t+5 \end{pmatrix}$ を計算しなさい．

(2) t に関する方程式 $f_A(t) = 0$ の解を求めなさい．

(3) (2) で求めた $f_A(t) = 0$ の各解 α について，連立 1 次方程式 $(\alpha E_2 - A)\vec{x} = \vec{0}$ の非自明解を求めなさい．

$\boxed{3}$ $\varphi(x, y) = 2x^2 + 4xy - y^2 + x - 2y - 1$ について以下の問に答えなさい．

(1) $\varphi(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + x - 2y - 1$ と表すときの 2 次正方行列 A を書きなさい．

(2) $\varphi(x, y) = \begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} A_0 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ と表すときの 3 次正方行列 A_0 を書きなさい．

(3) $\det(A)$ および $\det(A_0)$ を求めなさい．

(4) 座標の平行移動 $x = \bar{x} + \lambda$, $y = \bar{y} + \mu$ によって，方程式 $\varphi(x, y) = 0$ を

$$\bar{a}\bar{x}^2 + \bar{h}\bar{x}\bar{y} + \bar{b}\bar{y}^2 + \bar{c} = 0$$

と式変形できることを確かめ，そのときの λ, μ の値を求めなさい．
また，$\bar{c} = \dfrac{\det(A_0)}{\det(A)}$ となることを確かめなさい．

2012.6.27（担当：佐藤）