

情報数学 III 第 3 回小テスト問題

注意：解答は計算結果だけでなく、計算の過程もわかりやすく書くこと。必ず自己採点すること。

1 次の (ア) ~ (エ) の中から行列 $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 3 \\ 9 & -5 & 3 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルをすべて選び

なさい。(8 点)

$$(ア) \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (イ) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (ウ) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (エ) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$ に対して以下の問に答えなさい。

- (1) A の固有多項式を求めなさい。(2 点)
- (2) A の固有値を求めなさい。(2 点)
- (3) (2) で求めた各固有値に関する固有ベクトルを求めなさい (どのベクトルがどの固有値に対応しているか明記すること)。(3+3 点)

3 $\varphi(x, y) = 2x^2 + 4xy - y^2 + x - 2y - 1$ について、次の問に答えなさい。(各 6 点)

- (1) 2 次曲線 $\varphi(x, y) = 0$ は有心 2 次曲線であることを示しなさい。
- (2) 2 次曲線 $\varphi(x, y) = 0$ は適当に座標を平行移動することにより、

$$\bar{a}\bar{x}^2 + \bar{h}\bar{x}\bar{y} + \bar{b}\bar{y}^2 + \bar{c} = 0$$

と表すことができる。このときの係数 $\bar{a}, \bar{b}, \bar{h}$ および定数項 \bar{c} を求めなさい。

特別問題^{*1}

xy -平面において、座標 $(0, a)$ の点を F とする (ただし、 $a > 0$)。また、 x 軸に平行で y 軸との交点の座標が $(0, -a)$ である直線を l とする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) 点 $P(x, y)$ に対し、 P から l へ下ろした垂線の足を H とする。ベクトル \overrightarrow{PH} の長さ $\|\overrightarrow{PH}\|$ を求めなさい。
- (2) ベクトル \overrightarrow{PF} の長さ $\|\overrightarrow{PF}\|$ を求めなさい。
- (3) P が $\|\overrightarrow{PH}\| = \|\overrightarrow{PF}\|$ を満たすとき、 x, y の満たす方程式を求めなさい。

^{*1} 成績評価の際に加点する。