情報数学 III 第 2 回小テスト問題

注意：解答は計算結果だけでなく，計算の過程もわかりやすく書くこと．必ず自己採点すること．

1 ある直交座標系におけるベクトル $\vec{a}=(1,2,3), \vec{b}=(1,-1,1)$ に対し，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に直交し，長さが 1 のベクトル をひとつ答えなさい．（7 点）

2 ある直交座標系において方程式 $x^2-2x-y^2-3y-1=0$ で表される図形（曲線）を $\mathcal{C}$ とする．原点の移動（座標の平行移動）によって座標変換したら，$\mathcal{C}$ の方程式が

$$aX^2+bY^2=c \quad (\text{ただし，}a,b,c\text{ は定数}) \tag{2.1}$$

になったとする．このときの (x,y) と (X,Y) の関係式 と (2.1) 式の 定数 a,b,c を求めなさい．（2+3+3+3 点）

3 $\{O,\vec{e}_1,\vec{e}_2\}$ を平面の直交座標系とする．次の問に答えなさい．（各 4 点）

(1) $\vec{e'}_1=\frac{1}{2}\vec{e}_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_2, \vec{e'}_2=p\vec{e}_1+q\vec{e}_2$ と基底を変換するときの変換行列，つまり

$$\begin{pmatrix} \vec{e'}_1 & \vec{e'}_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \end{pmatrix}A$$

を満たす 行列 A を答えなさい．

(2) $\{O,\vec{e}_1,\vec{e}_2\}$–座標系における点 P の座標を (x,y)，$\{O,\vec{e'}_1,\vec{e'}_2\}$–座標系における点 P の座標を $(x,'y')$ とする．このとき，$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ の関係式（変換式）を答えなさい．

(3) $\{O,\vec{e'}_1,\vec{e'}_2\}$ が定める座標系も直交座標系となるとき，p,q の値 を求めなさい．ただし，A の行列式の値は正であるとする．

4 2 次回転行列 $R_\theta=\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ に対し，θ を R_θ の回転角 とよぶ．直交行列 $\begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ \sin t & -\cos t \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} \cos s & \sin s \\ \sin s & -\cos s \end{pmatrix}$ の積

$$R=\begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ \sin t & -\cos t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos s & \sin s \\ \sin s & -\cos s \end{pmatrix}$$

の行列式は +1 であるから，回転行列である．R の回転角 を求めなさい．（10 点）

この授業の情報源：http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2012/im3-s/

2012.5.14（担当：佐藤）