

問題 2.3. $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, $\{\vec{e}'_1, \vec{e}'_2\}$ を平面ベクトルの基底で

$$\vec{e}'_1 = a_1\vec{e}_1 + b_1\vec{e}_2, \quad \vec{e}'_2 = a_2\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2$$

を満たすとする. $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, $\{\vec{e}'_1, \vec{e}'_2\}$ がともに直交座標系を定めるとき, a_1, a_2, b_1, b_2 は

$$(a_1)^2 + (b_1)^2 = 1, \quad a_1a_2 + b_1b_2 = 0, \quad (a_2)^2 + (b_2)^2 = 1$$

を満たすことを示しなさい.

問題 2.4. 行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ について次の間に答えなさい.

- (1) 積 AB を計算しなさい.
- (2) 転置行列 tA , tB および ${}^t(AB)$ を書きなさい.
- (3) 積 ${}^tB{}^tA$ を計算し, ${}^t(AB)$ に等しいことを確かめなさい.

問題 2.5. 行列 $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ および $\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$ が直交行列になることを確かめなさい. また, 各行列の行列式の値を求めなさい.

問題 2.6. 問題 2.2 の $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, $\{\vec{e}'_1, \vec{e}'_2\}$ について, 行列 A を

$$\begin{pmatrix} \vec{e}'_1 & \vec{e}'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \end{pmatrix} A$$

を満たす行列 (基底の変換行列) とする. このとき, 次の間に答えなさい.

- (1) 行列 A を書きなさい.
- (2) 行列 A が直交行列であることを示しなさい.