情報数学 III 中間試験 解答

$\boxed{1}$

(1) $\vec{a}$ との内積が 0 となるベクトルを選べばよい．$\underline{(エ)}$

(2) $x^2 - 2x - 2y^2 - 4y = 3$ を x, y それぞれに関して平方完成すると $(x-1)^2 - 2(y+1)^2 = 2$ となる．$x - 1 = X$，$y + 1 = Y$ と座標変換すると $\underline{(ア)}$ となる．

(3) $A^tA = E_2$ となる行列を選ぶ．$\underline{(イ)（エ）}$

(4) ベクトル $\overrightarrow{P_0P}$ が $\vec{u} = (-1, 2, -1)$ と平行になるような P を選べばよい．$\underline{(イ)（ウ）}$

(5) $\overrightarrow{AB} = (2, -3, -1)$，$\overrightarrow{AC} = (1, -1, 1)$ の外積（の定数倍）が法線ベクトルである．$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-4, -3, 1)$．したがって，$\underline{(ア)}$.

(6) 法線ベクトルが平面 $2x - y + 6z = 1$ の法線ベクトルと同じなので，$2x - y + 6z = d$．これが点 $Q_0(1, 2, 1)$ を通るから $d = 6$．$\underline{(イ)}$

$\boxed{2}$

- 図 1 はせん断である．せん断の表現行列は対角成分が 1 で，他の成分は 1 つだけ非零となる行列であるから，（オ）〜（ク）．さらに，図の変形は y の値が変わらない横ずれの変形なので，（オ）と（カ）のいずれかである．x の値は減少しているので，$(1, 2)$ 成分は負である．したがって，$\underline{(オ)}$.
- 図 2 は回転変換である．回転を表すのは行列式の値が 1 の直交行列なので，（ア）か（エ）．（エ）は $(-\pi/2)$-回転を表すが，図形は第 1，第 2 象限にあるので，該当しない．したがって，$\underline{(ア)}$.
- 図 3 は変換後に面積が変わってないようなので，表現行列は直交行列であるが，図が裏返っているので回転ではない．行列式の値が (-1) の直交行列は $\underline{(ウ)}$．この変換は鏡映である．

$\boxed{3}$

(1) 直線 l 上の点は $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+4t \\ 1+t \end{pmatrix}$ とパラメーター表示できる．これを f で変換すると，$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3+4t \\ 1+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5+2t \\ 10-4t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

したがって，方向ベクトルは $\underline{\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}\text{（の定数倍）}}$ である．

(2) 2 点 $(-3, 1)$，$(1, k)$ を通る直線が f で 1 点に変換されるとき，$(-3, 1)$，$(1, k)$ の像も 1 点となるはずである（任意の実数 k に対して，この 2 点が同じ点にはならないことに注意）．$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2k \\ -2+4k \end{pmatrix}$．この 2 点が一致するのは $\underline{k = 3}$ のときのみである．

2012.6.11 担当：佐藤