情報数学 III 中間試験

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の各問に答えなさい.

(1) ベクトル $\vec{a} = (1, 2, -3)$ と直交するベクトルを次の（ア）〜（エ）の中から すべて 選びなさい.

（ア）$(-2, -1, 1)$　（イ）$(-3, 0, 1)$　（ウ）$(2, 1, 1)$　（エ）$(1, 1, 1)$

(2) ある座標系において方程式 $x^2 - 2x - 2y^2 - 4y = 3$ で表される図形を $\mathcal{C}$ とする．原点を平行移動して座標変換すると，$\mathcal{C}$ の方程式は $aX^2 + bY^2 = c$ の形になったとする（1 次の項が消えた）．座標変換後の $\mathcal{C}$ の方程式として正しいものを次の（ア）〜（エ）の中から選びなさい.

（ア）$X^2 - 2Y^2 = 2$　（イ）$X^2 - 2Y^2 = 6$　（ウ）$X^2 + 2Y^2 = 6$　（エ）$X^2 + 2Y^2 = 2$

(3) 次の（ア）〜（エ）の中から直交行列を すべて 選びなさい.

（ア）$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　（イ）$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$　（ウ）$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$　（エ）$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(4) 点 $P_0(1, 3, -2)$ を通り，ベクトル $\vec{u} = (-1, 2, -1)$ に平行な直線を l とする．次の（ア）〜（エ）の中から l 上の点を すべて 選びなさい.

（ア）$(-1, -1, -4)$　（イ）$(3, -1, 0)$　（ウ）$(0, 5, -3)$　（エ）$(2, 1, 0)$

(5) 3 点 $A(1, 2, 3)$, $B(3, -1, 2)$, $C(2, 1, 4)$ を通る平面の法線ベクトルを次の（ア）〜（エ）の中から 1 つ選びなさい.

（ア）$(4, 3, -1)$　（イ）$(-6, -8, 5)$　（ウ）$(-4, -3, -1)$　（エ）$(6, 2, 9)$

(6) 法線ベクトルが平面 $2x - y + 6z = 1$ の法線ベクトルと同じで，点 $Q_0(1, 2, 1)$ を通る平面の方程式を次の（ア）〜（エ）の中から 1 つ選びなさい.

（ア）$x + 2y + z = 6$　（イ）$2x - y + 6z = 6$
（ウ）$x + 2y + z = 7$　（エ）$2x - y + 6z = 7$

情報数学 III 中間試験

$\boxed{\mathbf{2}}$ 下の図 1〜3 は，図 0 の図形を線形変換で変換した図である．各図の線形変換の表現行列を（ア）〜（ケ）の中から選びなさい．

図 0：変換前

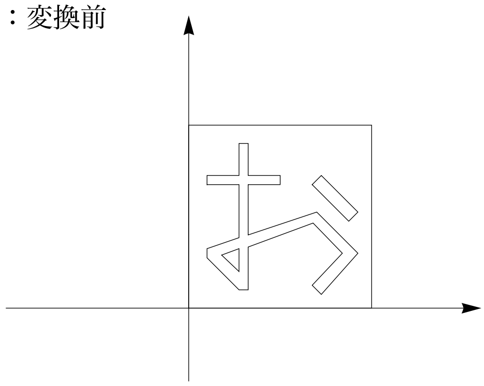


図 1

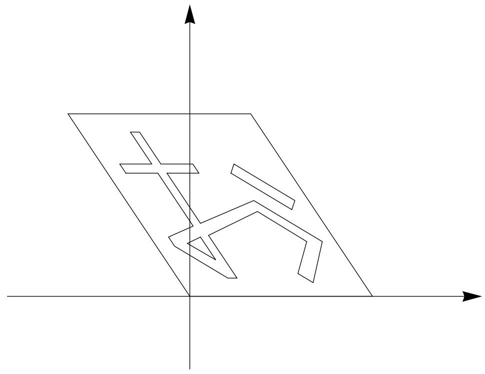


図 2

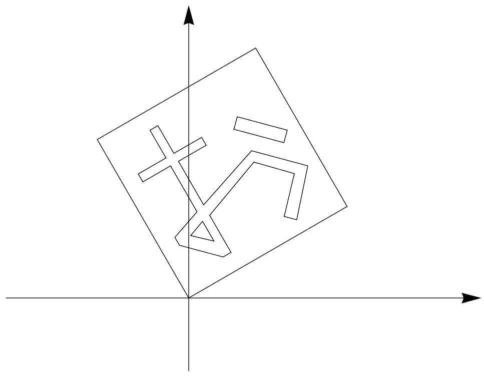
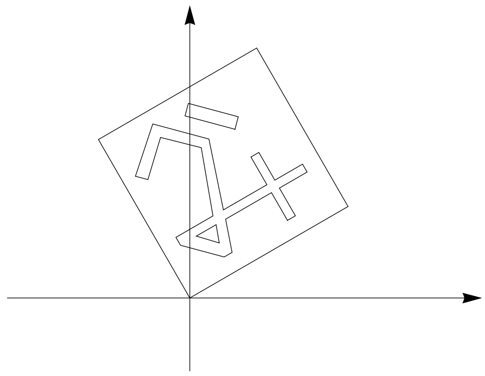


図 3



（ア）$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ （イ）$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ （ウ）$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

（エ）$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ （オ）$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ （カ）$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

（キ）$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ （ク）$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ （ケ）$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ 行列 $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ を表現行列とする平面の線形変換を f とする．次の問に答えなさい．

(1) 2 点 $(-3,1)$, $(1,2)$ を通る直線を l とし，f で l を変換した像を l' とする．l' が直線であること示し，$\underline{l' \text{の方向ベクトル}}$ を答えなさい．

(2) 2 点 $(-3,1)$, $(1,k)$ を通る直線を f で変換すると，その像は 1 点になった（k はある定数）．このときの k の値を求めなさい．