

--	--	--	--	--	--	--

課題 11-1 次の集合の上限, 下限, 最大元 (最大数または最大値) および最小元 (最小数または最小値) はどうなっているか (存在するか, しないか, 存在する場合はその値を答えよ, 厳密な証明は不要, 簡単な説明でよい).

(1) 絶対値が 1 より小さい有理数の全体.

(2) 自然数の全体.

(3) 円周率 π の小数第 n 位までとった近似値を a_n とするとき, 集合 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$.

課題 11-2 「任意 (すべて) の x は命題 $P(x)$ を満たす」を「 $\forall x P(x)$ 」と書き, 「命題 $P(x)$ を満たす x が存在する」を「 $\exists x P(x)$ 」と書く. 以下を参考にして, 上界と下限の定義を述べなさい (上限と下限の定義は補題 1.2 を採用する).

- 「 $b \in \mathbb{R}$ が集合 A の上界である」とは, ...

- 「 $a_0 \in \mathbb{R}$ が上に有界な集合 A の上限である」とは, 「 a_0 は A の上界」かつ「 $\forall \varepsilon > 0 \exists a \in A (a_0 - \varepsilon < a)$ 」を満たすことである.
- 「 $b \in \mathbb{R}$ が集合 A の下界である」とは, 「 $\forall a \in A (b \leq a)$ 」が成り立つことである.
- 「 $a_0 \in \mathbb{R}$ が下に有界な集合 A の下限である」とは, ...

課題 11-3 命題 1.1 「空でなく, 下の有界な \mathbb{R} の部分集合は必ず下限を持つ」の証明を述べなさい.

課題 10-3 本日の授業の感想を書きなさい (興味深かったこと, もっと知りたいと思ったことなど).