東京電機大学 情報環境学部

数学科教育法 第 2 回
§1) 数学とはどのような学問か（１）

平成 23 年 4 月 27 日（水）

担当：佐藤 弘康

§1) 数学の歴史

(1) 古代オリエントの数学

(2) ギリシア数学

(3) 中世の数学

(4) 17 世紀の数学

(5) 和算 ー 江戸時代の数学

(6) 近代・現代の数学

1.1) 古代オリエントの数学

「古代オリエント」とは…

- 現在の中東地域に起こった文明
- およそ紀元前 4 千年紀から紀元前 4 世紀頃

1.1) 古代オリエントの数学

特徴

- 都市文明社会の経済的要請から生じたもの. 実用的な計算（算数的）.
- 日常の事象を数量的・空間的観点から観測して（帰納的推論により）得られた経験的知識
- 整数・分数の計算，1 次・2 次方程式の解法，図形の求積法など

1.1) 古代オリエントの数学

エジプトの数学

- 位取りの原理のない 10 進法で自然数（0 がない）.
- 分数は $\frac{2}{3}$ と単位分数 $\frac{1}{n}$ だけ.
- 2 次方程式：$ax^2 = b$ の解は $x = \sqrt{\frac{b}{a}}$.
- 等間隔に 12 個の結び目をつけた縄の輪で直角や 60 度をつくる.
- 円の面積：$\left(d - \frac{d}{9}\right)^2$.（ただし d は直径）
- 正 4 角錐台の体積：$\frac{(a^2 + ab + +b^2)h}{3}$.

  （ただし a, b は上底，下底の長さ，h は高さ）

1.1) 古代オリエントの数学

バビロニアの数学

- 60 進法で自然数と小数を表した；$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$ は “1; 24, 51, 10”.
- 数表（逆数表，掛け算表など）
- 正の数 c の平方根を求める方法；

  $\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1.41421296\cdots$
- 高度な 2 次方程式（例えば $x - \dfrac{1}{x} = C$ の解法）
- 円の面積は “円周の長さの平方の $\dfrac{1}{12}$” （実用的な計算）.
- 円周率の近似値として $\dfrac{25}{8}$ や $\dfrac{22}{7}$ など.
- 角錐の体積は同底同高の角柱の $\dfrac{1}{3}$

1.2) ギリシアの数学

- 紀元前 6 世紀にギリシアで発生した論証数学.
- エジプトやバビロニアの数学から影響を受け発展.

1.2) ギリシアの数学

特徴

- 算術（数の本性），幾何学，天文学，音律学など.
- 仮定・既知の命題から新しい結論を論理的・演繹的に得る.
- なぜ，論理的思考 が持ち込まれたのか？
  - ギリシアの社会的・民族的背景
  - 民主制社会（議論と説得が重要な意味を持った）
  - どんな意見でも議論に勝ちさえすればよし．弁論競技.

プラトン 『幾何や算術では，それぞれの研究に応じていくつかの前提（仮設）を置き，これらは既知のものとみなし，あたかも万人に明らかであるかのように取り扱う』

1.2) ギリシアの数学

ターレス

- 記録に残っている最古の哲学者．ギリシアの七賢人．
- ピラミッドの高さを計測（図形の相似を利用）
- ターレスの定理：「半円内の角は直角である」など．

ピタゴラス — ピタゴラス学派（教団）

- 三平方の定理，無理数の発見．
- 奇数，偶数，素数，約数，倍数，完全数，三角数などの言葉．
- ピタゴラス音階．
- 「正多面体は 5 個しかない」など．

1.2) ギリシアの数学

ツェノン（ゼノン）の 4 つの逆理

(1)「二分法」

運動するものが A 地点から B 地点を目指すとき，中点の C 地点を通る．また A と C の間にも中点がある．この議論を続ければ，B 地点にたどり着くまでには無限の点を通る．無限の点を通るには無限の時間がかかり，結局 B にたどり着くことはできない．

(2)「アキレスと亀」

(3)「飛んでいる矢は止っている」

(4)「競技場」

当時の考えの範囲を超えていた（無限，時間，運動，変化，分割，連続とは？）

1.2) ギリシアの数学

エウクレイデス（ユークリッド）の『原論』

- ギリシア数学の集大成．全 13 巻．
- 既存の知識を ごく少数の基本的知識 を論拠にして論理的・演繹的に導き，系列化．
  - 23 の定義：点，直線，面，鋭角，鈍角，円，正方形，平行線など．
  - 5 つの公準（要請）：
    例えば「任意の点から任意の点への直線をひくこと」など．
  - 9 つの公理（共通概念）：
    例えば「同じ物に等しいものはまた互いに等しい」など．

1.2) ギリシアの数学

エウクレイデス（ユークリッド）の『原論』

- 第 1 巻・命題 1：
  「与えられた線分を 1 辺とするような正三角形をつくることができる」
- 第 1 巻・命題 47：ピタゴラスの定理（三平方の定理）
  「直角三角形において直角の大変の上の正方形は直角をはさむ 2 辺の上の正方形の和に等しい」
- 第 3 巻・命題 31：ターレスの定理
  「直径に対する円周角は直角である」

1.2) ギリシアの数学

$\boxed{\text{線分演算}}$

- 古代ギリシア人は図形の性質に強い関心を持っていた.
- 数のかわりに線分の長さを演算の対象とした.
  - $a + b$
  - $a - b$
  - $a \times b$
  - $a \div b$
  - $x^2 - ax + b^2 = 0$ の解 α, β

1.3.1) 中世アラビアの数学

特徴

- インドの数学が土台．記数法と計算法（0，負の数）．
- 代数学（式の計算，方程式の解法）が発展．ギリシア数学を越えた．

- アル・フワーリズミー（9 世紀）
  - 「アルゴリズム」の語源．
  - 代数学の英語 “algebra” はフワーリズミーの著書名が語源．
  - 移項法，2 次方程式の解法など．

1.3.2) 中世ヨーロッパ・ルネッサンス期の数学

特徴

- ギリシア数学の維持継承．本質的発展は見られない．

- アラビアの代数がイタリアに伝わり発展；
  - ピサのレオナルド（フィボナッチ，1170 頃〜）
    アラビア数学をラテン語で集大成．
  - カルダーノ（16 世紀）：3 次方程式の代数的解法．
    （タルタリア，シピオーネも発見していた）
  - フェラーリ（16 世紀）：4 次方程式の代数的解法．

- ネイピア（1150 年頃〜）：対数の発見

参考文献

- 「無限のパラドクス」 足立恒雄 著（講談社，ブルーバックス）
- 「マンガ おはなし数学史」 佐々木ケン 原作・仲田紀夫 漫画（講談社，ブルーバックス）
- 「数学が歩いてきた道」志賀浩二 著（PHP 研究所，PHP サイエンス・ワールド新書）
- 「ユークリッド原論」 中村幸四郎・寺坂英孝・伊藤俊太郎・池田美恵 訳・解説（共立出版）
- 「岩波数学辞典 第４版」 日本数学会 編集（岩波書店）
- Wikipedia ：数学史

（この授業の情報）

- http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2011/mtm.htnl
- http://shiroyasu.web.fc2.com/work/2011/mtm.html