情報数学 III 第 7 回小テスト問題

注意事項

(1) 出題順に解答しなくてもよいが，どの問題の解であるかわかるように記述すること．
(2) 解を導きだす過程 もできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な解答 は加点しない．
(3) 字の粗暴 な答案は読みません．
(4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと．なお，答案用紙の裏を使用してよい．
(5) すべての問題が解けた者 は途中退席を認める．
(6) 必ず自己採点すること．30 点未満の場合はレポート課題を提出することで合格点が与えられる．レポートはすべての問題について解答すること．不明な点があれば質問しなさい．あまりに酷いレポート（字が極めて粗暴，用紙に破り跡がある，理解していないまま適当に書いている，など）は読みません．
(7) レポートの提出期限は 12 月 15 日 (木) 10:30，提出場所は 教育棟 1 階事務室入り口のレポートボックス とする．
(8) 小テストの解答，レポート問題は web で公開する（本日の 2 時限終了後）；
http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2011/im3.html

$\boxed{\textbf{1}}$ 次の空欄に当てはまる適切な数，ベクトル，式を答えなさい．（各 2 点）

- 空間 $\mathbf{R}^3$ の同次座標系とは，点の位置を $\boxed{\textbf{(1)}\qquad}$ つの数の組みで表す座標系である．
- 直交座標系で $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ と表される点 $\vec{p}$ の同次座標が $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_0 \end{bmatrix}$ のとき，X_1, X_2, X_3, X_0 は 3 つの方程式

$$\boxed{\textbf{(2)}\qquad\qquad}, \quad \boxed{\textbf{(3)}\qquad\qquad}, \quad \boxed{\textbf{(4)}\qquad\qquad}$$

を満たす数である．
- 点 $\vec{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ を直交座標で表すと $\boxed{\textbf{(5)}\qquad}$ となる．また，$\begin{bmatrix} \boxed{\textbf{(6)}\qquad} \\ \boxed{\textbf{(7)}\qquad} \\ \boxed{\textbf{(8)}\qquad} \\ -3 \end{bmatrix}$ も同じ点を表す同次座標である．

情報数学 III 第 7 回小テスト問題

$\boxed{\textbf{2}}$ xyz-座標系において方程式

$$x - y + 2z = 3 \tag{0.1}$$

で表される平面を π とする．直交行列 P とベクトル $\vec{v}$ を用いて

$$\vec{x} = P\vec{X} + \vec{v}, \qquad \text{ただし，} \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \ \vec{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \tag{0.2}$$

と XYZ-座標系に変換したとき，<u>平面 π の方程式が $Z = 0$ になった</u> とする．このとき，次の各問に答えなさい．

(1) 方程式 (0.1) は行列とその積を用いて ${}^t\vec{x}\,\vec{n} = 3$ （または，ベクトルの内積を用いて $\vec{x} \cdot \vec{n} = 3$）と表すことができる．ベクトル $\vec{n}$ の成分を答えなさい．(5 点)

(2) ベクトル $\vec{v}$ が <u>問題の条件</u>（問題文中下線）を満たすための条件は $\vec{v} \cdot \vec{n} = \boxed{}$ となることである．空欄に入る数を答えなさい．(5 点)

(3) ベクトル $\vec{v}$ を求めなさい．ただし，$\vec{v} = k\vec{n}$（k は実数）を満たすとする．(6 点)

(4) 直交行列 $P = \begin{pmatrix} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \\ \vec{p}_1 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \vec{p}_3 \\ & 0 & \end{pmatrix}$ が <u>問題の条件</u> を満たすよう，列ベクトル $\vec{p}_1$, $\vec{p}_3$ を求めなさい．(各 6 点)

(5) $\vec{q}$ を xyz-座標系で $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と表される点とする．(2)(3) で求めたベクトル $\vec{v}$ と直交行列 P を用いて (0.2) の式で座標変換し，XYZ-座標系での $\vec{q}$ の座標を求めなさい．(6 点)

2011.12.12（担当：佐藤）