

## 情報数学 III 第 6 回小テスト問題

### 注意事項

- (1) 出題順に解答しなくてもよいが、どの問題の解であるかわかるように記述すること。
- (2) 解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答は加点しない。
- (3) 字の粗暴な答案は読みません。
- (4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと。なお、答案用紙の裏を使用してよい。
- (5) 試験時間終了前に すべての解答が終わった者 は途中退席しても構わない。
- (6) 必ず自己採点すること。60 点未満の場合はレポート課題を提出することで合格点が与えられます。レポートはすべての問題について解答すること。不明な点があれば質問しなさい。あまりに酷いレポート（字が極めて粗暴、用紙に破り跡がある、理解していないまま適当に書いている、など）は読みません。
- (7) レポートの提出期限は 12 月 7 日 (水) 10:30、提出場所は 教育棟 1 階事務室入り口のレポートボックス とする。
- (8) 小テストの解答、レポート問題は web で公開する（本日夜間）；  
<http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2011/im3.html>

1  $xy$ -座標系における座標  $\vec{x}$  と  $XY$ -座標系における座標  $\vec{X}$  が

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix} \vec{X} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

という関係で座標変換されるとする。このとき、次の各問に答えなさい。（各 5 点）

- (1) 点  $p$  の  $XY$ -座標系における座標が  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  のとき、 $xy$ -座標系での点  $p$  の座標 を求めなさい。
- (2) 点  $q$  の  $xy$ -座標系における座標が  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  のとき、 $XY$ -座標系での点  $q$  の座標 を求めなさい。
- (3)  $XY$ -座標系における座標が  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  で、さらに  $xy$ -座標系での座標も  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  であるような平面上の点は存在するか考察しなさい。存在する場合はその点の座標  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  を求めなさい。

情報数学 III 第 6 回小テスト問題

2  $xyz$ -座標系と  $XYZ$ -座標系は

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{v}$$

と平行移動で座標変換されるとする.  $xyz$ -座標系における平面  $x - y + 3z = 2$  が  $XYZ$ -座標系では方程式  $Z - Y + 3Z = 0$  で表されるとき, ベクトル  $\vec{v}$  を求めなさい. ただし,  $\vec{v}$  は  $x - y + 3z = 2$  の法線ベクトルの定数倍であるとする. (5 点)

3 次の (1)~(5) の各方程式を満たす平面  $\mathbf{R}^2$  上の点  $(x, y)$  の集合はどのような図形になるか, (ア) ~ (カ) の中から適切なものをそれぞれ選びなさい. (各 4 点)

$$(1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$$

$$(4) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0 \quad (5) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$$

(ア) 1 点      (イ) 直線      (ウ) 放物線      (エ) 楕円      (オ) 双曲線  
(カ) 存在しない

4 対称行列  $M = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$  について以下の間に答えなさい.

- (1)  $M$  の 固有値 を求めなさい. (8 点)
- (2) (1) で求めた  $M$  の各固有値に関する 固有ベクトル を求めなさい. (14 点)
- (3)  ${}^tPMP$  が対角行列となるような 直交行列  $P$  を求めなさい. (8 点)

5  $x, y$  の 2 次多項式  $f(x, y) = 16x^2 - 24xy + 9y^2 + 5x - 10y + 5$  について, 以下の間に答えなさい. (各 10 点)

- (1)  $f(x, y) = {}^t\vec{x}A\vec{x} + {}^t\vec{x}\vec{b} + 5$  と表すときの 行列  $A$  と ベクトル  $\vec{b}$  を答えなさい. ただし,  $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  とする.
- (2) (1) で求めた行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めなさい.
- (3) 2 次曲線  $f(x, y) = 0$  が楕円か, 双曲線か, 放物線か, またそれらのいずれでもないかを答え, その理由を述べなさい.