

情報数学 III 第 6 回小テストレポート課題

この課題について

- (1) 第 6 回小テストの自己採点の結果、60 点に満たなかった者は以下の間に答え、レポートとして提出すること。
- (2) レポートはすべての問題について解答すること。不明な点があれば質問しなさい。あまりに酷いレポート（字が極めて粗暴、用紙に破り跡がある、理解していないまま適当に書いている、など）は読みません。
- (3) 提出期限は 12 月 7 日 (水) 10:30.
- (4) 提出場所は 教育棟 1 階事務室入り口のレポートボックス.

1 xy -座標系における座標 \vec{x} と XY -座標系における座標 \vec{X} が

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix} \vec{X} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

という関係で座標変換されるとする。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1) $\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ を計算しなさい。
- (2) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix} \vec{X} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ を満たす平面ベクトル \vec{X} を求めなさい。
- (3) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ を満たす実数 a, b が存在するかどうか考察しなさい。存在する場合はその値を求めなさい。

2 xyz -座標系と XYZ -座標系は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

と平行移動で座標変換されるとする。 xyz -座標系における平面 $x - y + 3z = 2$ を XYZ -座標系における方程式で表しなさい。

3 (なし)*1

*1 「2 次曲線の分類 (講義メモ)」をよく読んで理解しておくこと。

情報数学 III 第 6 回小テストレポート課題

4 対称行列 $M = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい.

(1) 固有多項式 $\Phi_M(t) = \det \begin{pmatrix} t-1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & t-1 \end{pmatrix}$ ($= \det(tE_2 - M)$) を計算しなさい.

また, 方程式 $\Phi_M(t) = 0$ の解 (M の固有値) を求めなさい.

(2) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ および $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ が M の固有ベクトルであることを示しなさい.

(3) 行列 $P = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ に対し, tPMP を計算しなさい.

5 $A = \begin{pmatrix} 16 & -12 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$ とする. 以下の問に答えなさい.

(1) $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とし, x, y の 2 次多項式 $f(x, y) = {}^t\vec{x}A\vec{x} + {}^t\vec{x}\vec{b} + 5$ *2 を計算しなさい.

(2) tPAP を計算しなさい.

(3) $\vec{x} = P\vec{X} = P \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ と座標変換するとき, $f(x, y) = 0$ を X, Y の方程式で表しなさい.

*2 ただし, 右辺の積は行列の積