

情報数学 III 第 6 回小テスト 解答

1 (1) $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{21}{5} \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} -\frac{11}{5} \\ \frac{23}{5} \end{pmatrix}$ (3) 存在する： $\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$

2 $\vec{v} = \frac{2}{11} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3 (1) (エ) (2) (オ) (3) (カ) (4) (ア) (5) (イ)

4

(1) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

(2) 固有値 $\frac{3}{2}$ に関する固有ベクトルは, $c \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

固有値 $\frac{1}{2}$ に関する固有ベクトルは, $c \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (c は任意の実数)

(3) (2) で求めた固有ベクトルを長さ 1 にして並べればよい.

例えば, $P = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

5

(1) $A = \begin{pmatrix} 16 & -12 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$

(2) 固有値は 25 と 0.

固有値 25 に関する固有ベクトルは, $c \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$,

固有値 0 に関する固有ベクトルは, $c \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (c は任意の実数)

(3) これは放物線である.

(2) の結果を利用して, 直交行列 $P = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ を用いて $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$

と座標変換すると, 2 次曲線の方程式は $Y = 5X^2 - 2X + 1$ となる. これは放物線に他ならない.