

情報数学 III 第 5 回小テスト問題

注意事項

- (1) 出題順に解答しなくてもよいが、どの問題の解であるかわかるように記述すること。
- (2) 解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答は加点しない。
- (3) 字の粗暴な答案は読みません。
- (4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと。なお、答案用紙の裏を使用してよい。
- (5) 試験時間終了前に すべての解答が終わった者 は途中退席しても構わない。
- (6) 必ず自己採点すること。30 点未満の場合はレポート課題を提出することで合格点が与えられます。レポートはすべての問題について解答すること。不明な点があれば質問しなさい。あまりに酷いレポート（字が極めて粗暴、用紙に破り跡がある、理解していないまま適当に書いている、など）は読みません。
- (7) レポートの提出期限は 11 月 21 日 (月) 10:30、提出場所は 教育棟 1 階事務室入り口のレポートボックス とする。
- (8) 小テストの解答、レポート問題は web で公開する（本日 12 時頃）；
<http://www.math.sie.dendai.ac.jp/~hiroyasu/2011/im3.html>

1 次の文章は直交行列・直交変換についての説明である。空欄に入る適切な 数、数式 または 語句 を答えなさい。（各 2 点）

- n 次直交行列とは

$$(1) \quad \boxed{} = E_n \quad (*)$$

を満たす n 次正方行列 A のことである（ただし、 E_n は n 次単位行列）。

- 直交行列 A は任意のベクトル \vec{v}_1, \vec{v}_2 に対し、 $(A\vec{v}_1) \cdot (A\vec{v}_2) = (2) \quad \boxed{}$ を満たす。つまり、直交変換は内積の値を変えない線形変換である。
- 直交行列の行列式の値は $(3) \quad \boxed{}$ に等しい。これは直交行列の定義式 (*) と行列式の性質

$$\det(AB) = (4) \quad \boxed{} \times (5) \quad \boxed{}$$

$$\det({}^t A) = (6) \quad \boxed{}$$

を用いて証明される。

- 3 次直交行列 A を $A = (\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \vec{a}_3)$ と、3 つのベクトルが並んだものとみると、これらのベクトルは長さが 1 で互いに $(7) \quad \boxed{}$ する。

(裏へ続く)

情報数学 III 第 5 回小テスト問題

2 次の各行列が直交行列になるための k の条件 を求めなさい。(各 5 点)

$$(1) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & k \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & k & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} \cos k & \sin k \\ \sin k & \cos k \end{pmatrix} \quad \text{ただし, } -\frac{\pi}{2} \leq k \leq \frac{\pi}{2}$$

3 次の各条件を満たす空間ベクトル \vec{v} を求めなさい。(各 8 点)

- (1) 空間 \mathbf{R}^3 内の平面 $x - y + 3z = 2$ をこの平面の法線方向 \vec{v}^{*1} に平行移動したら, 平面 $x - y + 3z = 0$ に移った.
- (2) 方程式 $x^2 - 3y^2 + z^2 + 4x + 2y + 2z = 3$ を満たす図形を \vec{v} 方向に平行移動したら, 方程式 $x^2 - 3y^2 + z^2 = c$ を満たす図形に移った (ただし, c は定数).

*1 つまり, この平面の法線ベクトルを \vec{n} とすると, $\vec{v} = k\vec{n}$ と表される (k は実数).