

情報数学 III 第 1 回小テストレポート課題についてのコメント

3 どんなベクトル \vec{v} に対しても, $\frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}$ は長さが 1 であることを示しなさい.

ベクトル \vec{u} の長さは $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$ で与えられる. $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{v}|\vec{v}}$ とすると,

$$\begin{aligned} |\vec{u}|^2 &= \left(\frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v} \right) \cdot \left(\frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v} \right) \\ &= \frac{1}{|\vec{v}|^2}\vec{v} \cdot \vec{v} \\ &= \frac{1}{|\vec{v}|^2}|\vec{v}|^2 \\ &= 1. \end{aligned}$$

ベクトルと実数を混同している解答が多かった. これらはまったく別モノである. 等号で結ばれることはない.

5 ベクトル \vec{a} , \vec{b} の外積 $\vec{a} \times \vec{b}$ とは以下の性質を満たす;

- $\vec{a} \times \vec{b}$ は \vec{a} , \vec{b} の両方と直交するベクトルである.
- \vec{a} , \vec{b} , $\vec{a} \times \vec{b}$ は「右手系」である (向きを定めている).
- 長さは \vec{a} , \vec{b} を 2 辺とする平行四辺形の面積に等しい.
- $\vec{a} \times \vec{b}$ が零ベクトルとなるのは, \vec{a} と \vec{b} が平行なベクトル ($\vec{b} = c\vec{a}$) のときに限る.

6 $\begin{pmatrix} s-2 \\ -2s+1 \\ -s+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ を満たす実数 s が存在するか考えよう.

存在すると仮定すると, 第 1 成分の方程式 $s - 2 = 2$ が成立しなければならないので, これより $s = 4$ でなくてはならない. しかし, この s は第 2, 第 3 成分の方程式 $-2s + 1 = -1$, $-s + 4 = 4$ を満たさない. これは矛盾である. したがって, このような実数 s は存在しない.