

--	--	--	--	--	--	--

注意事項

- 問題・答案用紙は全部で 2 枚 です (全 4 ページ)。すべての用紙の表に学籍番号と名前を記入すること。
- 解答は各問題用紙の余白 (問題文の下) に書くこと。
- どれが解なのか ははっきりわかるように書くこと。また、解答だけでなく、解を導き出す過程 もできるだけ丁寧に記述すること。記述が不明瞭だったり、説明が不十分な解答 は加点しない。
- 途中退席は認めない。十分に見直しをすること。
- 試験時間中は自身の答案の作成に集中すること。不正行為と間違われるような行為を行った者 はその時点で試験を終了させ、試験時間終了後に即刻事務に通告する。

(以下、計算用紙として使用可)

1 次の各問に答えなさい（この問題は記号を選ぶだけでよい，説明不要）。（配点：各 3 点，部分点なし）

(1) ベクトル $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ と $\vec{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ のなす角を θ とする．次の (ア) ~ (エ) の中からベクトル $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

とのなす角が θ に等しくなるベクトルを すべて 選びなさい．

(ア) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(1)

(2) 平面内の原点を中心とする回転変換を与える行列を次の (ア) ~ (エ) の中から すべて 選びなさい．

(ア) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

(2)

(3) 次の (ア) (イ) (ウ) の中から行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルを すべて 選びなさい．

(ア) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(3)

(4) 次の (ア) ~ (エ) の中から固有値 0 をもつ行列を すべて 選びなさい．

(ア) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$

(4)

--	--	--	--	--	--	--

2 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ に対して, 以下の問に答えなさい.

(1) 外積 $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ を求めなさい. (配点: 3点)

(2) 点 \vec{a} を通り, ベクトル \vec{v}_1, \vec{v}_2 で張られる平面を π とする. π 上の点を媒介変数表示しなさい. (4点)

(3) π 上の点を $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ とするとき, x, y, z の満たす方程式を求めなさい. (4点)

(4) 行列 A が定める線形変換で平面 π を写像すると, どのような図形に変換されるか答えなさい. (3点)

3 次の2つの行列から1つを選び、その行列の固有値と固有ベクトルを求めなさい。ただし、(a)と(b)では配点が異なるので注意すること。(配点：(a)は7点、(b)は14点、部分点あり)

$$(a) \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$