

例題 6.1. $S = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ を空間 \mathbf{R}^3 内の点とする. S を視点とし,

投影面を平面 $z = 0$ とする透視投影を φ_S とする. 以下の問に答えなさい.

- (1) 点 S, A を同次座標で表しなさい.
- (2) 同次座標系において透視投影 φ_S を表す 4 次正方行列を書きなさい.
- (3) 透視投影 φ_S による点 A の像 B を求め, 同次座標で表しなさい.
- (4) B を直交座標に書き直しなさい.

解. (1) 例えば $S = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ など.*1.

(2) (1) で定めた S の同次座標に対して, $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

(3) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$

(4) 同次座標から直交座標に直すには, 第 4 の座標で他の座標の値を割れば良い. した

がって, $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -\frac{1}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$ *2.

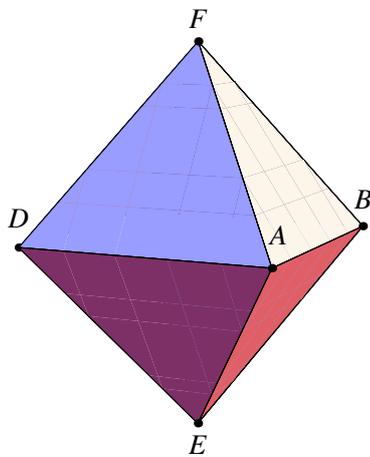
*1 同次座標系による表し方は一意的ではない. A についても S と同様に第 4 の座標を 1 としてよいが, ここではすべての座標の値が整数となるようにした (整数の方が計算が簡単になるため).

*2 (1) から (3) までの解は同次座標の決め方に依るが, 投影像の直交座標表示は一意的に決まる.

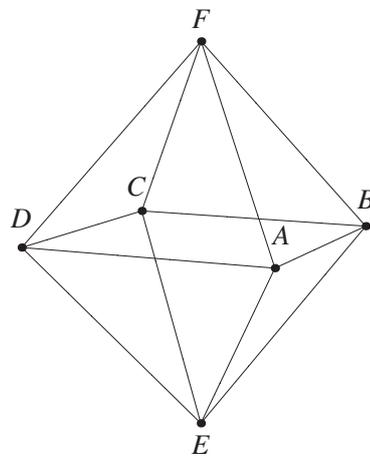
問題 6.2. 視点が $S = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$, 投影面が平面 $z = 0$ の透視投影を φ_S とする. 6 個の点

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

を頂点とする 8 面体を φ_S で移した像のワイヤーフレームを xy -平面に書きなさい.



サーフェイス モデル



ワイヤーフレーム モデル

