基礎数学 小テスト⑨　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名＿＿＿＿＿＿

点/100 点

注意

(1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．
(4) すべて解答できた者 は途中退席しても構わない．ただし，適当に空欄を埋めただけの解答は認めない．

1 次の（ア）〜（オ）の中から $f(x) = 2x - 3$ の原始関数をすべて選びなさい．(7 点)

（ア）$x^2 + 3x$　　（イ）$-3x + x^2 + 3$　　（ウ）$x^2 - 3x - \sqrt{2}$　　（エ）$2x + C$

イ，ウ

2 次の不定積分を求めなさい．(各 6 点)

(1) $\int (2x + 1)dx$

(1) $x^2 + x + C$

(2) $\int (x^2 - 3x + 2)dx$

(2) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

(3) $\int (2x^3 + 3x^2 - 5)dx$

(3) $\frac{1}{2}x^4 + x^3 - 5x + C$

(4) $\int (4x^5 + 3x + 1)dx$

(4) $\frac{2}{3}x^6 + \frac{3}{2}x^2 + x + C$

(5) $\int 5\,dx$

(5) $5x + C$

(6) $\int (x^3 + 2x^2 + 2x)dx$

(6) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + x^2 + C$

(7) $\int (2x^3 + x^2 - 5x + 2)dx$

(7) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x + C$

3 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ の原始関数を $F(x)$ とする．$y = F(x)$ の点 $(2, F(2))$ における 接線の傾き を求めなさい．(各 7 点)

$F'(2) = f(2) = 8 - 6 + 1 = 3$

3

(2011.7.6 担当：佐藤)

4 関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ に対し，以下の問に答えなさい．

(1) $f(x)$ の増減表をつくりなさい．(10 点)

(2) $f(x)$ の極値を求めなさい（極値を与える x の値も明記しなさい)．(5 点)

(3) $y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい（極値と y 軸との交点の座標を明記すること)．(5 点)

$f'(x) = x^2 + 4x + 3 = (x+1)(x+3)$

$\therefore f'(x) = 0 \iff x = -1, -3$

(1)

x		-3		-1	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\frac{7}{3}$	$\nearrow$

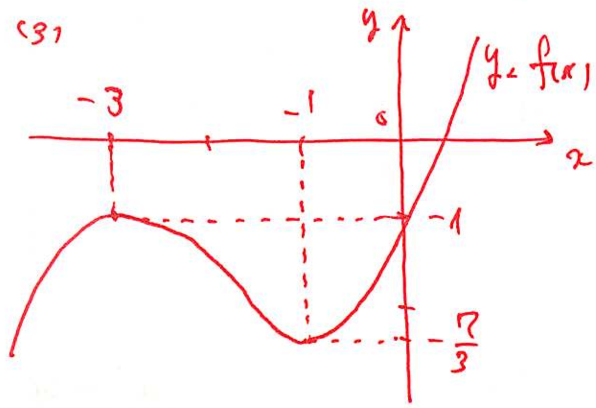
$f(-3) = -9 + 18 - 9 - 1 = -1$

$f(-1) = -\frac{1}{3} + 2 - 3 - 1 = -\frac{7}{3}$

(2) (1) の増減表より

$\begin{cases} \text{極大値は } -1 \ (x=-3) \\ \text{極小値は } -\frac{7}{3} \ (x=-1) \end{cases}$

(3)



5 関数 $f(x) = -4x^3 + 3x^2 + 6x + 3$ の $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ における最大値・最小値とそれを与える x の値を求めなさい．(10 点)

$f'(x) = -12x^2 + 6x + 6$

$= -6(2x^2 - x - 1)$

$= -6(2x+1)(x-1)$

x	-1		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	4	$\searrow$	$\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$\frac{25}{4}$

$f(-1) = 4 + 3 - 6 + 3 = 4$

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 3 + 3 = \frac{5}{4}$

$f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 3 + 3 = \frac{25}{4}$

最大値 $\boxed{\frac{25}{4} \ (x = \frac{1}{2})}$ 最小値 $\boxed{\frac{5}{4} \ (x = -\frac{1}{2})}$

6 次の関数 $f(x)$ に対し，各条件を満たす $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を求めなさい．(各 7 点)

(1) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ とする．$y = F(x)$ のグラフの y 切片が 3 のとき，$f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を求めなさい．

$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$ と書ける

y 切片が 3 より $F(0) = 3$。つまり $C = 3$

(1) $\boxed{\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3}$

(2) $f(x) = 3x^2 - x + 3$ とする．$y = F(x)$ のグラフが点 $(2, 3)$ を通るとき，$f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を求めなさい．

$F(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$

$y = F(x)$ が $(2, 3)$ を通るので

$F(2) = 3 \iff 8 - 2 + 6 + C = 3$

(2) $\boxed{x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - 9}$

$\therefore C = -9$